



Miguel Maria de Almeida Ribeiro Anglin de Castro

**Desenvolvimento e Implementação de
Técnicas Avançadas usando desvios
com Aplicação a Calibrações no
domínio de Metrologia Angular**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Matemática Aplicada ao Atuariado, Investigação Operacional
e Estatística

Orientador: Professor Doutor Filipe José Gonçalves
Pereira Marques, Professor Auxiliar, FCT-UNL
Co-orientadora: Dr^a. Maria Fernanda Leitão da Silva
Saraiva, Instituto Português da Qualidade

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Marta Cristina Vieira Faias Mateus
Arguente: Prof. Doutor Pedro José dos Santos Palhinhas Mota
Vogal: Prof. Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2015

Desenvolvimento e Implementação de Técnicas Avançadas usando desvios com Aplicação a Calibrações no domínio de Metrologia Angular

Copyright © Miguel Maria de Almeida Ribeiro Anglin de Castro, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa e Instituto Português da Qualidade.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Os meus agradecimentos vão para os meus orientadores, a Dr^a. Fernanda Saraiva e o Professor Doutor Filipe Marques, que foram as pessoas que mais de perto trabalharam comigo durante este período e que me ajudaram a ultrapassar as dúvidas que foram existindo. O Professor Filipe Marques, no campo da matemática, e a Dr^a. Fernanda Saraiva, no dia-a-dia do estágio, sempre estiveram disponíveis para o que eu precisasse.

Um agradecimento, que não podia esquecer, vai para o Instituto Português da Qualidade e para as pessoas que o constituem, que sempre foram muito simpáticas para mim e ao IPQ em particular que me recebeu.

Por último, agradecer à minha família, porque sem eles nada disto seria possível.

Muito Obrigado!

Resumo

O trabalho desenvolvido no decurso da elaboração da dissertação aqui apresentada decorreu no departamento de Metrologia do Instituto Português da Qualidade no âmbito de estágio.

O tema que foi abordado está inserido na área de Metrologia Angular, onde a grandeza que se mede é o ângulo plano. Por esse facto os dois equipamentos de medição principais que foram utilizados foram o autocolimador e a mesa rotativa.

O objectivo principal do trabalho visou a utilização de novas técnicas de avaliação de dados, que consistiu na separação dos erros do autocolimador e da mesa rotativa, quando a calibrar o autocolimador e trabalhá-los separadamente com o propósito de verificar se as incertezas são mais baixas relativamente aos métodos clássicos de calibração e assim garantir uma maior exactidão nos resultados.

Este trabalho implicou a implementação de uma nova técnica de medição, assim como a implementação de um novo processo de obtenção dos dados.

Estas técnicas baseiam-se em aplicar certos desvios aos dois sistemas que vão permitir a construção dos erros separadamente, tanto do autocolimador como da mesa rotativa, e que vai permitir, deste modo, que não seja necessário recorrer a padrões externos.

A obtenção desses erros foi construída utilizando as Transformadas de Fourier Discretas, pois através destas é possível recuperar/gerar valores que entretanto se perderam, ou não foram possíveis de adquirir.

Com o trabalho realizado, o laboratório implementou um novo método de calibração do sistema composto pelos instrumentos de medição, autocolimador e mesa rotativa, garantindo que os erros estão em conformidade.

Palavras-Chave

Ângulo Plano, Metrologia, Medição, Calibração, Autocolimador, Mesa Rotativa

Abstract

The work developed during the elaboration of the thesis presented here took place in the Metrology Department of the Portuguese Institute of Quality within the scope of stage.

The theme that was studied is inserted in the Angular Metrology area, where the unit that was used was the plane angle. In that way, the two measurement's equipment which were used, were the autocollimator and the angle encoder.

The main purpose of this paper is the use of new data evaluation techniques, which consist in the separation of the autocollimator's errors and of the angle encoder's errors. This error separating techniques allow verifying if the uncertainties are lower relatively to the classical methods of calibration, and thereby provide more accurate results.

This work required the implementation of a new calibration technique, and also the implementation of a new data acquisition process.

These techniques are based on applying certain shears on the two systems which will allow the construction of the errors separately, from the autocollimator as in the angle encoder, and that will allow, in this way, that it won't be necessary the resource to external standards.

The acquisition of those errors was constructed using the Discrete Fourier Transforms because with these, it was possible recover the lost values.

With the work undertaken, the laboratory acquired a new method to analyse the system composed by the measurement instruments, autocollimator and angle encoder, guaranteeing that the errors are quite acceptable.

Key-Words

Plane Angle, Metrology, Measurement, Calibration, Autocollimator, Angle Encoder

Índice

1.	Introdução.....	1
2.	Enquadramento	3
2.1.	História da Metrologia.....	3
2.2.	Metrologia	5
2.3.	Instituto Português da Qualidade	6
2.4.	Laboratório Nacional de Metrologia	8
2.5.	Laboratório de Comprimento.....	9
2.6.	Sistema Internacional de Unidades.....	9
2.7.	Radiano	10
2.8.	Conceitos Gerais	11
2.9.	Instrumentos de Medição	14
3.	Transformadas de Fourier Discretas.....	19
3.1.	Definição.....	19
3.2.	Propriedades das TFD	20
3.2.1.	Linearidade	20
3.2.2.	Periodicidade na frequência	20
3.2.3.	Conjugado	21
3.2.4.	Deslocamento na frequência.....	22
4.	Método: “Error-Separating Shearing Techniques”	25
5.	Verificação experimental do Método	29
6.	Análise e Discussão dos Resultados	33
7.	Conclusão.....	41
	Bibliografia	43
	Anexos.....	45
	Anexo 1: Exemplo para 296 dados	47
	Anexo 2: Exemplo para 15 dados	53
	Anexo 3: Códigos em Mathematica do cálculo das transformadas de Fourier discretas	55
	Anexo 4: Tratamento de Dados para exemplos práticos com 296 pontos amostrais.....	59
	Anexo 5: Tratamento de Dados para exemplos práticos com 15 pontos amostrais.....	67

Índice Figuras

Figura 1 – Princípio de Medição de um Autocolimador	14
Figura 2 – Autocolimador	15
Figura 3 – Mesa Rotativa	15
Figura 4 – Mesa Indexada.....	16
Figura 5 – Mesa Niveladora.....	16
Figura 6 - AC-Finder Prism	17
Figura 7 – Base de Fixação	17
Figura 8 – Elevadores e Plataformas	17
Figura 9 – Espelho ou Plano Óptico	18

Índice Gráficos

Gráfico 1 - Primeira Medição, n=296.....	31
Gráfico 2 - Segunda Medição, n=296.....	31
Gráfico 3 - Terceira Medição, n=296.....	31
Gráfico 4 – Erros Reconstruídos do Autocolimador, Exemplo 1	38
Gráfico 5 - Erros Estimados do Mesa Rotativa, Exemplo 1	38
Gráfico 6 - Erros Reconstruídos do Autocolimador, Exemplo 2.....	40
Gráfico 7 - Erros Estimados do Mesa Rotativa, Exemplo 2.....	40

Índice Ilustrações

Ilustração 1 – Código para determinar a Extensão Natural	55
Ilustração 2 – Código para determinar a Transformada de Fourier	56
Ilustração 3 – Código para determinar a Transformada de Fourier Inversa	57

Índice Tabelas

Tabela 1 - Parâmetros dos Exemplos usados	36
Tabela 2 - Quadro com valores associados às diferenças no Autocolimador e às diferenças na Mesa Rotativa, Exemplo 1	37
Tabela 3 - Quadro com valores associados aos erros reconstruídos do Autocolimador e da Mesa Rotativa, Exemplo 1	38
Tabela 4 - Quadro com valores associados às diferenças no Autocolimador e às diferenças na Mesa Rotativa, Exemplo 2	39
Tabela 5 - Quadro com valores associados aos erros reconstruídos do Autocolimador e da Mesa Rotativa, Exemplo 2	39
Tabela 6 - Dados obtidos para as 3 medições	47
Tabela 7 - Dados obtidos para as 3 medições	53
Tabela 8 - Dados trabalhados referentes aos obtidos ilustrados no anexo 1	59
Tabela 9 - Dados trabalhados referentes aos obtidos ilustrados no anexo 2	67

Abreviaturas

AC	Autocolimador
BIPM	<i>Bureau International des Poids et Mesures</i>
CGPM	Conferência Geral de Pesos e Medidas
CMC	Capacidades de Medição e Calibração
GUM	<i>Guide to the expression of Uncertainty in Measurement</i>
IPQ	Instituto Português da Qualidade
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
L2	Laboratório de Medições Angulares
LCO	Laboratório de Comprimento
LNM	Laboratório Nacional de Metrologia
MR	Mesa Rotativa
NP	Norma Portuguesa
ONS	Organismos de Normalização Sectorial
PTB	Instituto Alemão de Metrologia
SI	Sistema Internacional de Unidades
SPQ	Sistema Português da Qualidade
TFD	Transformadas de Fourier Discretas
VM	Valor Medido
VR	Valor de Referência

Simbologia

X_i	Grandeza de Entrada
f	Função de Variável Discreta
F	Transformada de Fourier
q_j	Observações ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)
\bar{q}	Média Aritmética das Observações
$s(q)$	Desvio-Padrão Experimental das Observações
$s^2(q)$	Variância Experimental das Observações
$u(x_i)$	Incerteza-Padrão
$u(y)$	Incerteza-Padrão da Estimativa da Grandeza de Saída
x_i	Estimativa da Grandeza de Entrada
Y	Valor Medido
δ	Valor da diferença entre o Autocolimador e Mesa Rotativa
X_i	Valor da Leitura Inicial do Autocolimador em X
X_f	Valor da Leitura Final do Autocolimador em X
η_{AC}	Valores dos erros reconstruídos do Autocolimador
η_E	Valores dos erros estimados da Mesa Rotativa
s_i	Desvios

1. Introdução

O trabalho da dissertação insere-se no âmbito de actividades do Instituto Português da Qualidade, concretamente na área de Metrologia. Como esta área é vasta, o trabalho focou-se na vertente da metrologia correspondente às medições angulares, ou seja, em metrologia em que a grandeza a medir é o ângulo plano.

A metrologia é a ciência da medição e suas aplicações. Esta engloba todos os aspectos teóricos e práticos da medição, qualquer que seja a incerteza de medição e o campo de aplicação.

A medição é o processo de obtenção experimental de um ou mais valores que podem ser atribuídos a uma grandeza, sendo esta a propriedade de um fenómeno de um corpo ou de uma substância, que pode ser expressa quantitativamente sob a forma dum número e duma referência.

Estas duas definições podem ser encontradas na referência [5]. Nessa mesma referência, pode ser encontrada, entre outras, uma outra definição extremamente importante quando se trabalha neste campo metrológico, a de calibração.

A calibração, de acordo com a referida fonte, é uma operação que estabelece, sob certas condições, numa primeira fase, uma relação entre os valores e as incertezas de medição fornecidos por padrões e as indicações correspondentes com as incertezas associadas. Numa segunda fase, utiliza esta informação para estabelecer uma relação de forma a obter o resultado de medição a partir de uma indicação.

A realização de calibrações tem como principal finalidade conhecer o erro de medição e a respectiva incerteza associada a cada instrumento de medição. Para essa realização são necessários certos instrumentos que fornecem os resultados que permitirão com que se chegue aos valores que se pretende conhecer. Esses instrumentos são denominados padrões de medição.

O objectivo desta dissertação é implementar técnicas avançadas de separação de erros de padrões de medição, para que desse modo se consiga obter incertezas menores do que aquelas que se alcançariam com os métodos clássicos de calibração.

Neste trabalho serão utilizados, como padrões de medição, o autocolimador juntamente com a mesa rotativa. Estes dois instrumentos são padrões usados na vertente da metrologia que vai ser abordada nesta dissertação.

Estruturalmente, a presente dissertação está dividida em 7 capítulos:

O primeiro capítulo é uma Introdução do trabalho, apresenta o trabalho realizado e o seu objectivo.

O capítulo 2, chamado Enquadramento, dá a conhecer um pouco da história da Metrologia e de como esta área é trabalhada a nível nacional e internacional. É também feita uma descrição de alguns instrumentos de medição e a definição de alguns conceitos.

O capítulo seguinte aborda o tema das transformadas de Fourier discretas, ou seja explica sumariamente em que consistem as transformadas de Fourier discretas e apresenta algumas das suas propriedades.

O quarto capítulo, denominado Método: “Error-Separating Shearing Techniques”, abrange uma descrição do método que se implementou.

O capítulo 5, designado Verificação Experimental do Método, apresenta uma explicação do procedimento de medição e alguns resultados que se obteve através desse procedimento.

O capítulo 6 é a análise dos dados que se obteve a partir da implementação deste tipo de técnicas.

No último capítulo é apresentada uma conclusão do presente trabalho.

2. Enquadramento

2.1. História da Metrologia

A metrologia desde sempre que está presente no quotidiano do Homem. Medir consciente e intencionalmente sempre foi uma actividade que os seres humanos fizeram. Nos primeiros tempos com instrumentos rudimentares, tais como uma vara, uma pedra ou até mesmo com partes do próprio corpo humano, por exemplo os palmos das mãos, assim como em tempos mais recentes, com instrumentos mais sofisticados.

De acordo com a informação que foi retirada da referência [1] da bibliografia, pode-se ver que:

Apesar dos muitos instrumentos de medição que existem, têm de existir padrões e unidades de medidas que são a referência para as comparações metrológicas onde é possível comparar os resultados.

A metrologia dos dias de hoje tem como principal objectivo garantir que se medem os valores das grandezas com exactidão e que estes são rastreáveis às unidades de medida respectivas, que são reprodutíveis e que são as mesmas internacionalmente.

A definição de metrologia durante muito tempo não esteve bem definida. Uns entendiam-na como um domínio dos conhecimentos relativos à medição, outros consideravam que não era mais do que um conjunto de técnicas de instrumentação. Hoje em dia, já é vista como uma verdadeira ciência.

A Metrologia é uma importante ferramenta que começou a ter regras mais ou menos bem definidas já nos primeiros actos mercantilistas – a um comprimento ou a uma massa (termo muito confundido com peso) corresponderia um preço. Daí que os primeiros padrões que se conhecem eram tipicamente de comprimento, “peso” e volume. Actualmente a organização internacional de adopção de padrões é designada como Conferência Geral de Pesos e Medidas.

Se formos a determinados locais do nosso país ainda conseguimos ver à entrada de algumas fortificações uma marca gravada na pedra que servia de padrão de comprimento para os negócios que decorressem naquele sítio.

São muito antigos os vestígios de utilização de técnicas de medição e de manutenção de padrões de referência. Não era possível fazer os grandes monumentos egípcios, maias ou aztecas sem métodos de medição cuidados e mesmo sem padrões de referência.

Por exemplo, a propósito de construções faraónicas, só puderam ser feitas porque as técnicas de medição eram já bastante evoluídas na altura, quer medindo distâncias, quer medindo ângulos. Os arquitectos reais do antigo Egipto, há cerca de 5000 anos, tinham por função calibrar o padrão de unidade de comprimento, o cúbito real (comprimento do antebraço do Faraó, do cotovelo à ponta do

dedo médio, mais a largura da sua mão (equivalente a 7 palmos)), em cada lua cheia – era essa a periodicidade de calibração. Se ocorresse algum esquecimento ou a calibração fosse mal feita, os responsáveis eram punidos com a pena de morte! O padrão original – uma medida materializada – estava gravado numa placa de granito negro e eram feitas cópias de granito ou madeira, distribuídas pelos operários que procediam às medições. A gravidade atribuída ao não cumprimento das regras metrológicas daquela altura, devia-se ao facto de que, se as medições ficassem mal feitas, os monumentos ficariam distorcidos e poderia haver influência na vida eterna do Faraó ou de outro seu familiar.

Mas a história mais recente da Metrologia mostra que a preocupação de uniformizar as unidades de medida e definir padrões que fossem de utilização universal continuou a preocupar os governantes. Começaram por ser utilizados padrões relacionados com o corpo humano: pés, braças (antiga medida de comprimento equivalente a 1,83 metros), polegadas, mas cedo se verificou que este método era muito falível, os palmos ou os pés eram, como hoje ainda são, de muito diferentes dimensões. Foi então mais ou menos regra que os padrões seriam baseados em dimensões dos chefes, quer se tratasse do chefe da tribo, do rei ou do faraó. Mas também estes têm dimensões diferentes uns dos outros.

Continuavam assim a existir grandes diferenças de unidades, mesmo quando baseadas no mesmo tipo de padrão. Resultaram muitos conflitos, alguns bastante acesos, pois as diferenças de unidades correspondiam a custos sofridos por uma das partes quando se tratava de negociar produtos.

Em Portugal temos um marco notável na definição de unidades - a Lei de Almeirim. Esta lei, de “igualdade das medidas dos sólidos e dos líquidos” foi publicada por D. Sebastião em 26 de Janeiro de 1575, pois este tinha sido informado que em alguns lugares as medidas são grandes e que noutros, junto deles, são pequenas e noutros locais são mais pequenas ou maiores. Esta lei era notável se considerarmos os conceitos que já então eram definidos, quer em termos de rastreabilidade, quer de calibração.

Determinou-se que fossem criados padrões que ficavam depositados em lugares de confiança e padrões de 2ª classe que eram periodicamente comparados por funcionários. Os padrões de 3ª classe eram comparados com os de 2ª classe pelos Corregedores e Ouvidores do Reino.

Mas a grande revolução deu-se precisamente com a Revolução Francesa: assiste-se ao nascimento do sistema métrico no século XVIII, sendo a definição do metro baseada numa grandeza geográfica – o metro ficou definido como sendo a décima milionésima parte do quarto do meridiano terrestre.

Dada a importância das grandezas no domínio dimensional (comprimento, raio, largura, altura) - a própria palavra metro tem raiz comum com a palavra metrologia.

2.2. Metrologia

Metrologia é a ciência da medição e abrange também as suas aplicações. A metrologia engloba os aspectos teóricos e práticos das medições, que são realizadas nas mais diversas áreas científicas e tecnológicas. Esta fornece o apoio material fiável ao sistema de medições, fundamental nos sectores da economia, da saúde, da segurança e do ambiente, constituindo uma infra-estrutura tecnológica essencial nas sociedades modernas [5].

Neste contexto, a missão do Departamento de Metrologia é a de assegurar o rigor e a rastreabilidade das medições no território nacional, através dos padrões de medida necessários à indústria e à sociedade portuguesa em geral e contribuir para a construção de uma liderança metrológica europeia no quadro da economia mundial [4]. Todos estes conceitos serão abordados com mais detalhe mais à frente neste relatório.

A metrologia divide-se em três áreas de actividade e responsabilidade, e são elas:

- Metrologia Científica
- Metrologia Aplicada
- Metrologia Legal

A metrologia científica tem como objectivo a definição de unidades de medida das grandezas de base e derivadas, a sua realização prática e o desenvolvimento de padrões de medição e a sua manutenção [6].

A metrologia aplicada tem como objectivo certificar o funcionamento adequado dos instrumentos de medição utilizados tanto na indústria como nos processos de produção e ensaio [6].

A metrologia legal está relacionada com o controlo metrológico dos instrumentos de medição, execução e aplicação de directivas e regulamentos relacionados com as medições e em particular, com a exactidão das medições requeridas nas transacções comerciais, saúde e segurança [6].

Existe um sistema de medição internacional criado e mantido sob uma convenção intergovernamental, que assegura a uniformidade e exactidão dos padrões de medição atuais, base da investigação na ciência da medição e que integra, articula e regula regional e internacionalmente os “sistemas nacionais de metrologia”, desenvolvidos e mantidos pela maioria dos Estados do mundo desenvolvido que pertencem à Convenção do Metro e compreende [4]:

- A adopção de um Sistema de Unidades de medida – o Sistema Internacional;
- A existência de uma infra-estrutura denominada “Laboratório Nacional de Metrologia” (LNM) em cada país, para desenvolver, manter e disseminar os padrões nacionais de medida (rastreados aos padrões internacionais), apropriados às respectivas necessidades nacionais;

- A existência de uma organização nacional de metrologia legal para apoiar o governo na elaboração e na aplicação das leis, directivas e regulamentos relacionados com os instrumentos de medição que devem ser submetidos a uma disciplina metrológica rigorosa, segundo o critério de cada país;
- A existência de um organismo nacional para a acreditação dos laboratórios de calibração e de ensaio, que demonstre a sua competência técnica, garantindo a rastreabilidade e rigor das medições correntes da indústria.

Esse Sistema de Medição Internacional é regulado, a nível internacional, pelas organizações [4]:

- BIPM – “Bureau International des Poids et Mesures” (científica)
- OIML – “Organização Internacional de Metrologia Legal” (legal)
- ILAC – “Organização para a Acreditação Internacional de Laboratórios” (aplicada)

E a nível europeu, onde foram criadas estruturas de coordenação metrológica naquelas três áreas de intervenção, pelas organizações [4]:

- EURAMET – Associação Europeia dos LNM
- WELMEC – para a Metrologia Legal
- EA – para a Acreditação

2.3. Instituto Português da Qualidade

Como já foi referido, a presente dissertação foi realizada no âmbito do Instituto Português da Qualidade (IPQ) [7].

O IPQ é um instituto público, integrado na administração indirecta do Estado, com autonomia administrativa e financeira e património próprio, em que prossegue atribuições do Ministério da Economia e do Emprego (MEE), sob superintendência e tutela do respectivo ministro [7].

O IPQ é, nos termos da sua Lei Orgânica aprovada pelo Decreto-Lei 71/2012, de 21 de Março, alterada pelo Decreto-Lei n.º 80/2014, de 15 de Maio, a Instituição Nacional de Metrologia, a qual é responsável pela actividade de controlo metrológico. Este tem por missão a coordenação do sistema português da qualidade e de outros sistemas de qualificação regulamentar que lhe forem conferidos por lei, a promoção e a coordenação de actividades que visem contribuir para demonstrar a credibilidade da acção dos agentes económicos, bem como o desenvolvimento das actividades necessárias à sua função de laboratório nacional de metrologia [7].

De acordo com a referência [7] são atribuídas ao IPQ as seguintes tarefas:

- Gerir, coordenar e desenvolver o Sistema Português da Qualidade (SPQ), numa perspectiva de integração de todas as componentes relevantes para a melhoria da qualidade de produtos, de serviços e de sistemas da qualidade e da qualificação de pessoas;
- Promover o desenvolvimento do SPQ, com vista ao incremento da qualidade, contribuindo para o aumento da produtividade, competitividade e inovação nos sectores público e privado;
- Garantir e desenvolver a qualidade através do estabelecimento de protocolos e parcerias estratégicas com entidades públicas, privadas e da economia social, bem como com infra-estruturas científicas e tecnológicas que, voluntariamente ou por inerência de funções, congreguem esforços para definir princípios e meios que tenham por objectivo padrões de qualidade;
- Promover e dinamizar comissões sectoriais e outras estruturas da qualidade integradas no SPQ, preparando e gerindo o calendário das respectivas acções, encontros e reuniões;
- Instituir as marcas identificadoras do SPQ e assegurar a respectiva gestão
- Garantir a realização e dinamização de prémios de excelência, como forma de reconhecimento e afirmação das organizações;
- Promover e desenvolver acções de formação e de apoio técnico no domínio da qualidade, designadamente no âmbito da qualificação, da normalização e da metrologia;
- Desenvolver actividades de cooperação e de prestação de serviços a entidades nacionais e estrangeiras interessadas no domínio da qualidade;
- Propor ao membro do Governo da tutela medidas conducentes à definição de políticas nacionais relativas ao SPQ no âmbito da normalização, qualificação e metrologia, nos domínios voluntário e regulamentar;
- Promover a elaboração de normas portuguesas e de documentos normativos, garantindo a coerência e actualidade do acervo normativo nacional;
- Qualificar e reconhecer como organismos de normalização sectorial (ONS) as entidades públicas ou privadas nas quais o IPQ delegue funções de normalização técnica em sectores de actividade específicos;
- Coordenar e acompanhar os trabalhos de normalização nacional desenvolvidos no âmbito da rede de ONS, comissões técnicas de normalização e outras entidades qualificadas no âmbito do SPQ;
- Assegurar e promover a representação e a participação de Portugal como membro das organizações, comités, grupos de trabalho e outras instâncias de âmbito europeu e internacional, no âmbito das suas atribuições e competências e as obrigações daí decorrentes;

- Gerir o sistema de notificação prévia de regulamentos técnicos e de normas, no âmbito da União Europeia e da Organização Mundial de Comércio, de acordo com a legislação aplicável;
- Promover o ajustamento da legislação nacional às normas nacionais, europeias e internacionais, nomeadamente assegurando a transposição de directivas comunitárias na sua área de competências;
- Assegurar o cumprimento dos procedimentos das directivas comunitárias no que diz respeito à qualificação, notificação à Comissão Europeia e manutenção actualizada da base de dados europeia dos organismos notificados no âmbito de cada directiva;
- Acompanhar iniciativas e programas comunitários que tenham implicações no seu âmbito de actividade;
- Gerir o Laboratório Nacional de Metrologia (LNM) nas suas componentes científica e aplicada, assegurando a realização, manutenção e desenvolvimento dos padrões nacionais das unidades de medida e a sua rastreabilidade ao Sistema Internacional (SI), promovendo a disseminação dos valores das unidades SI no território nacional;
- Assegurar e gerir o sistema de controlo metrológico legal dos instrumentos de medição, reconhecer entidades competentes para o exercício delegado desse controlo, sempre que tal se revele necessário para garantir a efectiva cobertura a nível nacional, e coordenar a rede constituída por aquelas entidades;
- Assegurar a implementação, articulação e inventariação de cadeias hierarquizadas de padrões de medida, promover o estabelecimento de redes de laboratórios metrológicos acreditados e a realização de comparações interlaboratoriais nacionais;
- Assegurar a representação de Portugal como membro das organizações de metrologia europeias e internacionais e as obrigações daí decorrentes, nomeadamente a participação nos respectivos trabalhos, a comparação de padrões, a rastreabilidade ao SI e em projectos de investigação e desenvolvimento;
- Gerir o Museu de Metrologia e promover a recolha, preservação, estudo e divulgação do espólio metrológico com interesse histórico.

2.4. Laboratório Nacional de Metrologia

O IPQ é o Organismo Nacional de Normalização e a Instituição Nacional de Metrologia. Como foi referido no ponto anterior, uma das tarefas atribuídas ao IPQ é a gestão do Laboratório Nacional de Metrologia (LNM) nas suas componentes científica e aplicada, assegurando a realização, manutenção e desenvolvimento dos padrões nacionais das unidades de medida e a sua rastreabilidade ao Sistema Internacional (SI), promovendo a disseminação dos valores das unidades SI no território nacional [7].

- O LNM tem a sua estrutura orgânica distribuída pelas seguintes grandezas Comprimento e ângulo plano
- Tempo
- Fotometria
- Corrente Eléctrica (tensão AC e DC)
- Temperatura
- Massa (Propriedade de Líquidos, Volume)
- Quantidade de Matéria (Electroquímica)

O presente trabalho aqui desenvolvido decorreu no laboratório de comprimento e ângulo plano.

2.5. Laboratório de Comprimento

O Laboratório de Comprimento efectua a realização da unidade de base metro da grandeza de base comprimento, e da unidade derivada radiano da grandeza derivada ângulo plano e dissemina os padrões nacionais de modo a garantir a rastreabilidade através de processos de calibração de padrões ou de instrumentos de medição de comprimento, ângulo, forma, rugosidade e metrologia dimensional.

No âmbito da Metrologia Legal apoia a elaboração de regulamentação correspondente à área de metrologia dimensional e realiza operações de controlo metrológico legal de medidas materializadas de comprimento e sondas.

2.6. Sistema Internacional de Unidades

O Sistema Métrico Decimal foi criado em 1789 e adoptou, inicialmente, três unidades básicas de medida: o metro, o litro e o quilograma. Mais tarde, este sistema foi aceite internacionalmente através da Convenção do Metro [3].

Entretanto, o desenvolvimento científico e tecnológico passou a exigir medições cada vez mais exactas e em muitos outros domínios, tendo sido sucessivamente aprovadas novas unidades e outras regras pela Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), que é o órgão de decisão quadrienal da Convenção do Metro.

Em 1960, o sistema métrico decimal foi designado Sistema Internacional de Unidades (SI). O SI define os nomes, símbolos e definições das unidades, bem como os prefixos e símbolos dos múltiplos e submúltiplos das mesmas unidades e contempla ainda recomendações para a escrita e para a utilização dos símbolos aprovados pela CGPM.

O SI é constituído por:

- Unidades de Base
- Unidades Derivadas

As unidades de base são aquelas que estão bem definidas e que, por convenção, são consideradas como sendo dimensões independentes. Estas unidades são: o metro (unidade de comprimento), o quilograma (unidade de massa), o segundo (unidade de tempo), o ampere (unidade de corrente eléctrica), o kelvin (unidade de temperatura termodinâmica), o mole (unidade de quantidade de substância) e a candela (unidade de intensidade luminosa) [8].

As unidades derivadas são aquelas que se podem obter a partir das unidades de base, dadas por expressões algébricas sob a forma de produtos de potências das unidades de base com um factor numérico igual a um. Por questões de conveniência, certas unidades derivadas receberam nomes e símbolos especiais, podendo assim serem utilizadas de forma a obter expressões e símbolos de outras unidades derivadas [8].

Como foi já referido, o foco principal deste trabalho é a metrologia angular, ou seja, a metrologia em que a referência é o ângulo plano. A unidade do SI do ângulo plano é o radiano que é um dos exemplos de unidades derivadas.

O radiano é um nome especial para o número um que pode ser utilizado para dar informação sobre a grandeza envolvida. Na prática, o símbolo rad, é utilizado quando apropriado, porém o símbolo para a unidade derivada “1” é geralmente omitido quando se especificam valores de grandezas adimensionais.

2.7. Radiano

O termo radiano (radian) aparece impresso pela primeira vez em 1873, num exame escrito pelo físico James Thomson. O termo radian (radiano) provavelmente foi inspirado pela palavra radius (raio) [2].

O uso da unidade radiano em trigonometria surgiu da necessidade de unir as unidades de medidas do arco e da corda (ou meia corda), e o raio do círculo foi adoptado como unidade de medida comum.

Adoptando o raio como unidade de medida, o radiano pode ser definido como medida angular e, também, como medida linear.

O radiano é a unidade derivada da grandeza ângulo plano utilizada em muitas áreas da matemática e mecânica.

Ângulos medidos em radianos são frequentemente apresentados sem qualquer unidade explícita, quando não conduz a interpretações dúbias.

A unidade de ângulo plano é o radiano definido como sendo a medida do ângulo central de uma circunferência e que determina um arco com o mesmo comprimento que o raio desta circunferência.

A medida desse ângulo, quando expressa em graus, é igual a $180^\circ/\pi$ que é aproximadamente $57,3^\circ$.

Por razões históricas é autorizada a utilização de nomes e símbolos especiais de múltiplos e submúltiplos não decimais da unidade SI para o ângulo plano (o grau, o minuto e o segundo). A conversão dos graus, minutos e segundos para radianos é feita da seguinte maneira:

- 1 Grau: $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right) \text{ Rad}$
- 1 Minuto: $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ = \left(\frac{\pi}{10800}\right) \text{ Rad}$
- 1 Segundo: $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)' = \left(\frac{\pi}{648000}\right) \text{ Rad}$

A realização da definição do radiano é efectuada em termos da subdivisão de um círculo. Um círculo completo corresponde a 2π rad. Devido ao facto de π ser um número irracional, as unidades comumente utilizadas em metrologia angular pertencem ao sistema sexagesimal e são o grau ($^\circ$), o minuto ($'$) e o segundo ($''$).

2.8. Conceitos Gerais

Quando se fala de metrologia, existem alguns conceitos que convém ser entendidos à priori. Neste ponto vão se abordar alguns desses conceitos.

Como já foi referido, metrologia é a ciência da medição. Ora, aqui está um conceito que se deve ter bem presente, o de medição.

Medição é o processo experimental para obter um ou mais valores razoavelmente atribuíveis a uma grandeza, sendo esta uma propriedade de um fenómeno, corpo, ou substância, que se pode exprimir quantitativamente sob a forma de um número e de uma referência.

Outro conceito importante e muito usado nesta área é o de rastreabilidade.

Rastreabilidade é a propriedade de um resultado de medição através da qual o resultado pode ser relacionado a uma referência por intermédio de uma cadeia ininterrupta e documentada de calibrações, cada uma contribuindo para a incerteza de medição [9].

Relativamente a este conceito, o Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) evidencia as seguintes notas:

- Para esta definição, uma “referência” pode ser a definição de uma unidade de medida através da sua realização prática, ou um procedimento de medição, incluindo a unidade de medida para uma grandeza não-ordinal, ou um padrão;
- A rastreabilidade metrológica exige o estabelecimento de uma hierarquia de calibração;
- A especificação da referência deve referir a data em que a referência foi usada no estabelecimento da hierarquia de calibração, bem como qualquer outra informação metrológica relevante acerca da referência, como, por exemplo, quando foi realizada a primeira calibração da hierarquia de calibração;
- Para medições com mais do que uma grandeza de entrada no modelo de medição, cada um dos valores das grandezas de entrada deve ser rastreado e a hierarquia de calibração pode formar uma estrutura ramificada ou uma rede. O esforço envolvido no estabelecimento da rastreabilidade para cada um dos valores das grandezas de entrada deve ser proporcional à importância relativa da sua contribuição para o resultado da medição;
- A rastreabilidade metrológica de um resultado da medição não assegura por si só que a incerteza de medição seja adequada para um determinado fim, nem a ausência de erros humanos;
- Uma comparação entre dois padrões pode ser vista como uma calibração se a comparação for usada para verificar e, se necessário, corrigir o valor da grandeza e a incerteza atribuídos a um dos padrões;
- A cooperação internacional de laboratórios de acreditação (ILAC) considera que os elementos necessários para confirmar a rastreabilidade metrológica são uma ininterrupta cadeia de rastreabilidade metrológica a um padrão internacional ou a um padrão nacional, a incerteza de medição documentada, um procedimento de medição documentado, a competência técnica acreditada, a rastreabilidade ao SI e os intervalos de calibração;
- O termo abreviado “rastreabilidade” é por vezes usado para designar a rastreabilidade metrológica, assim como de outros conceitos como a “rastreabilidade da amostra” ou de um documento ou de um instrumento ou de um material, significando a história (“rastros”) de uma entidade. Sempre que exista a possibilidade de confusão deve usar-se o termo completo “rastreabilidade metrológica”.

Calibração é outro conceito com uma enorme utilização neste campo.

Calibração é uma operação que, em condições especificadas, num primeiro passo, estabelece a relação entre os valores da grandeza com incertezas de medição provenientes de padrões e as indicações correspondentes com incertezas de medição associadas e, num segundo passo, usa esta informação para estabelecer uma relação para obter o resultado de medição de uma indicação [9].

A calibração dos instrumentos de medição é uma ferramenta básica para assegurar a rastreabilidade de uma medição. A calibração envolve a determinação das características metrológicas de um instrumento, sendo conseguida através de uma comparação directa com padrões. A uma calibração corresponde a emissão de um certificado de calibração e a colocação de uma etiqueta. Baseado nesta informação, um utilizador pode decidir se o instrumento é adequado à aplicação em causa.

Existem três razões principais para se utilizarem instrumentos calibrados:

- Assegurar que as leituras de um instrumento são consistentes com outras medições;
- Determinar a exactidão das leituras do instrumento;
- Estabelecer a viabilidade do instrumento, ou seja, se se pode confiar nele.

Através da calibração é possível:

- Atribuir os valores das mensurandas, grandezas que se pretendem medir, às indicações;
- Determinação das correcções relativas às indicações;
- Determinar outras propriedades metrológicas tais como o efeito das grandezas de influência.

Como já foi referido, de modo a saber se os resultados de medições estão de acordo com o que se pretende é necessário ter padrões para comparar.

Um padrão de medição pode ser um artefacto, um instrumento de medição, um material de referência ou um sistema de medição destinado a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma unidade ou um ou mais valores de uma grandeza para servir de referência.

Quando se fala em metrologia, e para obter um resultado de medição há que determinar sempre a incerteza de medição associada.

Incerteza de medição ou incerteza é o parâmetro não-negativo que caracteriza a dispersão dos valores da grandeza que são atribuídos à mensuranda a partir das informações usadas [9].

Podemos ter dois tipos para a avaliação de incertezas: tipo A e tipo B.

A avaliação de Tipo A da incerteza-padrão pode ser aplicada quando várias observações independentes tenham sido efectuadas para uma das grandezas de entrada, nas mesmas condições de medição. Se o processo de medição tiver resolução suficiente, observa-se uma dispersão dos valores obtidos [10].

A avaliação de Tipo B da incerteza-padrão é o método de avaliação da incerteza associada a uma estimativa x_i de uma grandeza de entrada X_i , por outros meios que os da análise estatística de uma série de observações [10].

A incerteza-padrão $u(x_i)$ é avaliada por apreciação científica baseada em toda a informação disponível sobre a variabilidade possível de X_i . A esta categoria pertencem valores provenientes de [10]:

- Dados de medições prévias;
- Experiência de/ou conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes;
- Especificações de fabricantes;
- Dados provenientes de calibração e outros certificados;
- Incertezas atribuídas a dados de referência provenientes de manuais.

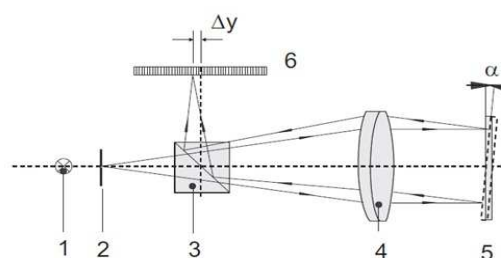
2.9. Instrumentos de Medição

Em metrologia são necessários padrões de medição para a calibração dos instrumentos de medição, de modo a determinar o erro de medição e posteriormente verificar se está dentro das especificações técnicas exigidas.

Um Padrão de medição é a realização de uma dada grandeza, com um valor determinado e uma incerteza de medição associada, usada como referência.

Há vários instrumentos de medição que servem para este propósito, o de serem um padrão de medição.

Um desses instrumentos é o Autocolimador. Este é um sistema óptico, capaz de medir pequenas variações ou diferenças de posições angulares. O princípio de medição usado, esquematizado na figura 1, é o de autocolimação que implica que um objecto iluminado, pelo feixe de luz do autocolimador, no plano focal da lente colimador, é reflectido num espelho e a imagem é formada num receptor sensível à luz. Uma pequena deflexão entre o eixo óptico do autocolimador e o espelho causa uma variação de ângulo sendo esta detectada com uma exactidão elevada, pelo autocolimador.



(1) Foco de Iluminação; (2) Divisor de Iluminação; (3) Divisor de Faixa;
(4) Objectiva; (5) Espelho; (6) CCD - Chip

Figura 1 – Princípio de Medição de um Autocolimador

No IPQ, o autocolimador usado (Figura 2) é da firma Moller Wedel, modelo ELCOMAT HR, e que tem uma amplitude de medição de $\pm 150''$ e resolução de $0,05''$.



Figura 2 – Autocolimador

Outro instrumento de medição que é usado é a mesa rotativa (Figura 3). Este é um sistema com um “Encoder” rotativo de exactidão muito elevada, posicionado sobre uma mesa suportada e orientada através de um dispositivo de apoio pneumático, garantindo uma rotação exacta e sem atrito. A rotação desta mesa é accionada, em primeiro lugar, por um motor de corrente contínua, que transmite o movimento através de um dispositivo mecânico de fricção. Uma vez colocada dentro do limite da capacidade definido, o posicionamento final, de elevada exactidão da mesa é efectuado através de um actuador piezoeléctrico e de um mecanismo de flexão. Esta mesa rotativa é composta por dois elementos: o conjunto mecânico da mesa rotativa propriamente dito e o sistema de controlo da mesma.



Figura 3 – Mesa Rotativa

A mesa indexada (Figura 4) é um equipamento de medição e padrão de ângulo plano. É um dispositivo que permite gerar as posições angulares para valores discretos. As mesas indexadas são compostas por dois pratos circulares concêntricos com o mesmo diâmetro e com o mesmo número de “dentes”, que se engrenam, impedindo todas as rotações ou outros movimentos lineares entre si. Quanto à passagem de uma posição angular a outra, ou seja o acto de gerar um ângulo, efectua-se por libertação do engrenamento anterior, seguindo-se uma rotação do prato superior, no valor do ângulo pretendido.

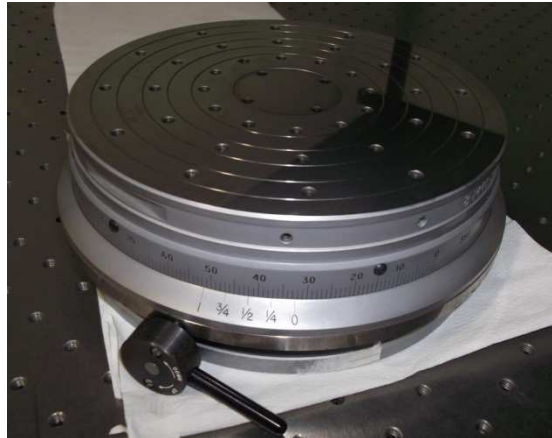


Figura 4 – Mesa Indexada

Outros acessórios que se podem destacar como sendo também úteis nas calibrações são por exemplo a mesa niveladora, o “AC-Finder Prism”, a base de fixação, os elevadores e plataformas com ajuste micrométrico e o plano óptico/espelho.

A mesa niveladora (Figura 5) possibilita a rotação do plano XY segundo o eixo Z, e inclinações segundo os eixos X e Y.



Figura 5 – Mesa Niveladora

O “AC-Finder Prism” (Figura 6) é um sistema projectado para facilitar o alinhamento de espelhos em relação ao eixo dos autocolimadores e para distâncias curtas.



Figura 6 - AC-Finder Prism

A base de fixação (Figura 7) é utilizada para fixar a mesa niveladora à mesa rotativa, através de parafusos correspondendo a uma interface de ligação de componentes.

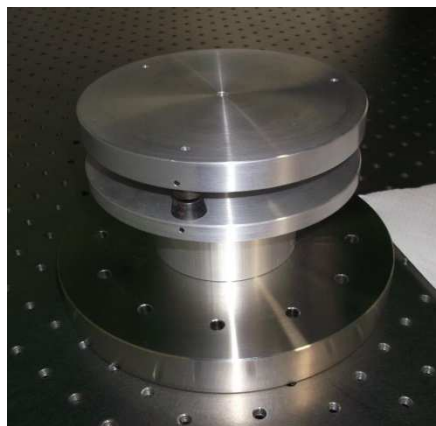


Figura 7 – Base de Fixação

Os elevadores e plataformas (Figura 8) com ajuste micrométrico são compostos por dois elementos que são uma haste com plataforma de altura ajustável com deslocamento vertical de 300mm e um elevador com deslocamento vertical de 45mm.



Figura 8 – Elevadores e Plataformas

O plano óptico/espelho (Figura 9) é utilizado como equipamento de apoio nos processos de calibração dado o seu acabamento superficial constitui uma base de referência plana com exactidão elevada.



Figura 9 – Espelho ou Plano Óptico

3. Transformadas de Fourier Discretas

Neste trabalho usar-se-á uma ferramenta matemática que auxiliará no tratamento dos dados recolhidos. Esta ferramenta consiste nas transformadas de Fourier discretas (TFD).

As transformadas de Fourier usam-se quando os objectos de estudo são tipos de sinais. Um sinal pode ser representado no domínio do espaço, do tempo, do comprimento, entre outros. Muitas vezes, certas operações tornam-se mais simples se se trabalhar no domínio da frequência. As transformadas de Fourier permitem passar de um sinal, por exemplo no domínio de comprimento, para o mesmo no domínio da frequência. O inverso também é possível com esta ferramenta, nesse caso usa-se a transformada de Fourier Inversa.

Estas ferramentas foram desenvolvidas pelo matemático e físico francês Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830). Este demonstrou que qualquer forma de onda pode ser representada por um somatório de senos e co-senos de diferentes frequências, amplitudes e fases.

As TFD, como já foi referido, serão utilizadas neste trabalho e pertencem a um dos ramos das transformadas de Fourier, ou seja as Transformadas de Fourier de sinais discretos e periódicos.

O uso das TFD neste trabalho prende-se com o facto de que, com esta ferramenta, consegue-se reconstruir sinais que de alguma forma foram perdidos. Vai ser útil, em particular, para a reconstrução dos erros medidos pela mesa rotativa.

3.1. Definição

A definição das transformadas de Fourier discretas usada para o trabalho desta dissertação é considerando que a sequência de sinais discretos é dado por $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$, sendo

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}$$

as correspondentes TFD para $q = 0, \dots, n - 1$.

A equação da transformada de Fourier inversa é dada por

$$f_p = \frac{1}{n} \sum_{q=0}^{n-1} F_q e^{i\frac{2\pi}{n}pq}.$$

3.2. Propriedades das TFD

Nesta secção, serão demonstradas algumas das propriedades das transformadas de Fourier discretas que serão úteis para este trabalho.

3.2.1. Linearidade

Sejam $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ e $(g_0, g_1, \dots, g_{n-1})$ duas sequências de sinais discretos.

Sejam também

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}, \quad (q = 0, \dots, n-1)$$

e

$$G_q = \sum_{p=0}^{n-1} g_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}, \quad (q = 0, \dots, n-1)$$

as respectivas transformadas de Fourier discretas.

Então, a transformada de Fourier discreta de $(f_0 + g_0, f_1 + g_1, \dots, f_{n-1} + g_{n-1})$ é dada por $F_p + G_p$.

Demonstração:

A transformada de Fourier discreta da sequência resultante da soma dos factores de cada sequência com o mesmo índice, $(f_0 + g_0, f_1 + g_1, \dots, f_{n-1} + g_{n-1})$ é dada por:

$$\sum_{p=0}^{n-1} (f_p + g_p) e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} + \sum_{p=0}^{n-1} g_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} = F_p + G_p.$$

□

3.2.2. Periodicidade na frequência

Seja $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ uma sequência de sinais discretos e $(F_0, F_1, \dots, F_{n-1})$ a correspondente TFD.

Verifica-se que, para $q \geq n$, existe uma periodicidade. Deste modo, $F_n = F_0, F_{n+1} = F_1, \dots$, ou seja, de uma forma mais geral

$$F_q = F_{q+kn}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Demonstração:

Seja $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ uma sequência de sinais discretos e

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}, \quad (q = 0, \dots, n-1)$$

as correspondentes transformadas de Fourier.

Então, e tendo presente resultados de análise complexa (para k e p inteiros tem-se que $e^{-i2\pi pk} = 1$)

$$F_{q+kn} = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}p(q+kn)} = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} e^{-i2\pi pk} = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} = F_q.$$

□

3.2.3. Conjugado

A propriedade que se pretende abordar nesta secção é o seguinte resultado:

$$F_{n-q} = \bar{F}_q, \quad q = 0, 1, \dots, n-1$$

onde \bar{F}_q representa o conjugado de F_q .

Demonstração:

Seja $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ uma sequência de sinais discretos e

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}, \quad (q = 0, \dots, n-1)$$

as correspondentes transformadas de Fourier.

Então,

$$F_{n-q} = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}p(n-q)} = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{i\frac{2\pi}{n}pq} e^{-i2\pi p} =$$

(dado que $e^{-i2\pi p} = 1$)

$$= \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{i\frac{2\pi}{n}pq} = \sum_{p=0}^{n-1} \overline{f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}} = \overline{\sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}} = \overline{F_q}.$$

□

3.2.4. Deslocamento na frequência

Seja $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ uma sequência de sinais discretos. Fazendo um deslocamento na sequência dado por $p + s$, a sequência correspondente será $(f_s, f_{1+s}, \dots, f_{n-1}, f_n, \dots, f_{n-1+s})$.

Nesta nova sequência, como se está a tratar de sequências periódicas, então $f_n = f_0, f_{n+1} = f_1$ ou $f_{n+s-1} = f_{s-1}$.

A transformada de Fourier discreta desta nova sequência é dada por

$$e^{i\frac{2\pi}{n}sq} F_q$$

Demonstração:

Seja $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ uma sequência de sinais discretos e

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}, \quad (q = 0, \dots, n-1)$$

as correspondentes transformadas de Fourier.

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} = \sum_{p=0}^{k-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} + \sum_{p=k}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} =$$

(uma vez que $f_p = f_{p+n}$)

$$= \sum_{p=0}^{k-1} f_{p+n} e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} + \sum_{p=k}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} =$$

(multiplicando por $e^{-i2\pi q \frac{n}{n}} = 1$ no primeiro somatório)

$$= \sum_{p=0}^{k-1} f_{p+n} e^{-i\frac{2\pi}{n}q(p+n)} + \sum_{p=k}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} =$$

(adicionando n no índice do primeiro somatório)

$$= \sum_{p=n}^{n+k-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}qp} + \sum_{p=k}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} =$$

(agrupando novamente os dois somatórios)

$$= \sum_{p=k}^{n+k-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}$$

Portanto, chega-se a uma primeira igualdade:

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} = \sum_{p=k}^{n+k-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq}$$

Agora para simplificar a notação, designar-se-á a nova sequência com deslocamento por

$$(y_0, y_1, \dots, y_{n-1}) = (f_s, f_{s+1}, \dots, f_{n+s-1})$$

Assim, a TFD da nova sequência y_p é dada por

$$Y_q = \sum_{p=0}^{n-1} y_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} = \sum_{p=0}^{n-1} f_{p+s} e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} =$$

(multiplicando e dividindo pela exponencial $e^{-i\frac{2\pi}{n}sq}$)

$$= e^{i\frac{2\pi}{n}sq} \sum_{p=0}^{n-1} f_{p+s} e^{-i\frac{2\pi}{n}(p+s)q} =$$

(ajustando os índices do somatório)

$$= e^{i\frac{2\pi}{n}sq} \sum_{p=s}^{n+s-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} =$$

(tendo em conta a primeira igualdade a que se chegou nesta demonstração)

$$= e^{i\frac{2\pi}{n}sq} F_q.$$

□

4. Método: “Error-Separating Shearing Techniques”

Nesta secção será apresentada uma descrição do método que se pretende implementar com a presente dissertação.

4.1. Estratégia de Medição

A estrutura básica matemática das técnicas de desvio foi inicialmente desenvolvida no PTB (“*Physikalisch-Technische Bundesanstalt*”, que é o Instituto Nacional Alemão de Metrologia) no âmbito de interferometria aplicada a desvios.

Originalmente assume-se um conjunto de diferenças de medições do mesmo sinal obtido entre pontos amostrais que são separados por certos desvios fixos (que, dependendo dos problemas de medições, podem ser temporais, espaciais ou angulares). Contudo, a técnica pode também ser adaptada a casos em que só a diferença ou a soma de dois sinais separados é acessível.

A técnica de desvio é então capaz de separar dois sinais se se poder definir deslocamentos entre eles. A técnica apenas assume que os dois sinais são reproduzíveis, isto é, que eles não se alteram ao introduzir um desvio ou deslocamento, é assim implementada uma estratégia apropriada de medição, ou seja, a de se arranjar uma amostra dos dados e a selecção de desvios.

4.2. Estrutura de Desvio

Nesta secção, fornecer-se-á uma breve introdução às técnicas de desvio, com especial atenção nas estratégias de medição gerais, isto é, a amostra dos dados apropriada e a selecção dos desvios. Assumimos um conjunto de medições, $f(i), i = 1, 2, \dots, n$, obtidas de um número de n pontos amostrais igualmente espaçados (dependendo dos problemas de medida, o espaçamento pode ser temporal, espacial ou angular). As diferenças de medições são obtidas entre pontos amostrais que são separados por certo número fixo de dados, os desvios, $s_1, s_2 \in \mathbb{N}$. São válidas combinações de todos os pares co primos de desvios (isto é, pares de números naturais sem um divisor comum). O número n de dados é então dado por:

$$n = s_1 \times s_2. \quad (1)$$

Os dados de desvio consistem em dois conjuntos de diferenças

$$\Delta f(i, s_1) = f(i + s_1) - f(i), i = 1, 2, \dots, n - s_1; \quad (2)$$

$$\Delta f(i, s_2) = f(i + s_2) - f(i), i = 1, 2, \dots, n - s_2. \quad (3)$$

Para desvios co primos, existem algoritmos matemáticos que permitem reconstruir as medições f a partir das suas diferenças, $\Delta f(i, s_1)$ e $\Delta f(i, s_2)$ no domínio de frequência usando funções de transferência de desvios e extensões naturais. A reconstrução matemática é exacta e resulta numa propagação do erro óptima ao longo de todas as frequências espaciais devido ao peso óptimo da variância.

Para a referida adaptação à metrologia angular com os seus conjuntos de dados discretos, adoptámos uma definição mais natural das medições de desvio usando as diferenças $f(x + s) - f(x)$ da função $f(x)$ em vez de $f\left(x + \frac{s}{2}\right) - f\left(x - \frac{s}{2}\right)$ como geralmente usada em muitos documentos. Esta escolha, baseada no artigo da referência bibliográfica [13], resulta nas diferentes formulações das funções de transferência de desvios e extensões naturais, mas não muda a abordagem global.

Usando valores de desvios, s_1 e s_2 , estes podem ser expressos convenientemente em unidades naturais de intervalo Δ entre dados adjacentes. Em unidades físicas, os desvios angulares β_1 e β_2 são então obtidos pelas relações

$$\beta_m = s_m \cdot \Delta, \quad m = 1, 2. \quad (4)$$

A variação R dos conjuntos de dados é então dado por

$$R = (n - 1) \cdot \Delta = (s_1 \cdot s_2 - 1) \cdot \Delta. \quad (5)$$

É de notar que para uma dada combinação válida de valores de desvio s_1 e s_2 , a variação de medição/calibração R pode ser escolhida independentemente dos valores de desvio. A leitura então pode ser completamente caracterizada por três valores: os valores de desvio sem dimensão s_1 e s_2 , mais a variação de medição R ou o intervalo amostral Δ .

4.3. Implementação Experimental

Nesta secção, descrever-se-á em detalhe a adaptação experimental das técnicas de desvio para o nosso problema específico, isto é, como separar os erros de um autocolimador e de uma mesa rotativa e assim calibrar os dois sistemas sem recurso a nenhum padrão externo.

Para obter apropriadamente desvios (diferenças) de dados amostrais de acordo com as equações (2) e (3), podem ser seguidas diferentes estratégias, por exemplo:

- Os dois conjuntos de diferenças de um sinal podem ser medidos directamente, por exemplo, usando múltiplos sensores com espaçamentos que são dados pelos desvios;

- No caso em que a própria mensurada é a diferença de dois sinais (exemplo: calibrações do autocolimador), o desvio para um sinal relativamente ao outro (sem desvio) podem ser introduzidos para obter dois conjuntos de dados diferenciados equivalentes para o sinal deslocado.

No caso desta dissertação, implementar-se a segunda estratégia. Esta pode ser realizada obtendo três calibrações do autocolimador contra uma mesa rotativa, sendo uma referência em orientações angulares relativas, diferentes no autocolimador e mesa. Estes dois conjuntos de pares de diferenças que são calculados, representam medições de desvios dos erros da mesa e que por sua vez são obtidos por aplicação de desvios angulares diferentes.

Uma calibração padrão do autocolimador contra uma mesa rotativa como uma referência, é realizada em pontos amostrais igualmente espaçados subtraindo as leituras do autocolimador a partir das leituras da mesa.

Para a primeira calibração (sem desvios angulares), os valores de calibração do autocolimador são dados por:

$$\delta_1(i) = \eta_{AC}(i) - \eta_E(i), i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

em que $\eta_{AC}(i)$ refere-se ao erro de medição angular do autocolimador em cada ponto amostral α_i e $\eta_E(i)$ como o erro de medição angular da mesa, também em cada ponto amostral. Os pontos amostrais podem ser escritos como $\alpha_i = i \cdot \Delta + \alpha_0$, $i = 1, 2, \dots, n$, com um ponto inicial arbitrário α_0 da amostra e o intervalo Δ entre pontos adjacentes. É de referir que todas as calibrações precisam de usar os mesmos pontos amostrais como medidos pelo autocolimador.

Para a segunda calibração (numa orientação angular relativa diferente do autocolimador e da mesa como caracterizado pelo valor de desvio s_1 e o desvio angular correspondente $\beta_1 = s_1 \cdot \Delta$), os valores de calibração do autocolimador são então dados por:

$$\delta_2(i) = \eta_{AC}(i) - \eta_E(i + s_1), i = 1, 2, \dots, n - s_1. \quad (7)$$

Para a terceira calibração (valor de desvio s_2 , desvio angular $\beta_2 = s_2 \cdot \Delta$), os valores de calibração do autocolimador são dados por:

$$\delta_3(i) = \eta_{AC}(i) - \eta_E(i + s_2), i = 1, 2, \dots, n - s_2. \quad (8)$$

Os pares de diferenças de calibrações são calculados como se segue:

$$\delta_1(i) - \delta_2(i) = \eta_E(i + s_1) - \eta_E(i), i = 1, 2, \dots, n - s_1. \quad (9)$$

$$\delta_1(i) - \delta_3(i) = \eta_E(i + s_2) - \eta_E(i), i = 1, 2, \dots, n - s_2. \quad (10)$$

O uso dos mesmos pontos amostrais relativamente ao autocolimador assegura que as suas influências do erro são eliminadas quando calculadas as diferenças. Isto é um importante requisito

que pode ser cumprido só aproximadamente; contudo, deve-se ter cuidado ao medir nos mesmos pontos amostrais relativamente ao autocolimador tão próximo quanto possível com o equipamento.

Como o lado direito das equações (9) e (10) demonstram, as diferenças são dadas ao subtrair os erros da mesa em posições angulares não deslocadas de erros da mesa, em que as posições estão deslocadas. Portanto, estas diferenças representam dados de desvio clássicos de acordo com as equações (2) e (3) aos quais o uso das transformadas de Fourier discretas podem ser aplicadas. Esta ferramenta permite reconstruir erros de medições angulares η_E da mesa. As equações (6-8) podem então ser resolvidas para os erros de medições angulares η_{AC} do autocolimador:

$$\eta_{AC}(i) = \delta_1(i) + \eta_E(i), i = 1, 2, \dots, n; \quad (11)$$

$$\eta'_{AC}(i) = \delta_2(i) + \eta_E(i + s_1), i = 1, 2, \dots, n - s_1; \quad (12)$$

$$\eta''_{AC}(i) = \delta_3(i) + \eta_E(i + s_2), i = 1, 2, \dots, n - s_2. \quad (13)$$

Como se irá ver mais à frente, os valores construídos dos erros do autocolimador, η_{AC} , serão calculados pela média das três equações anteriores, (11 – 13).

5. Verificação experimental do Método

Neste capítulo, abordar-se-á a verificação experimental do método descrito no capítulo anterior.

5.1. Instruções para a aquisição de dados

Nesta secção, demonstrar-se-á a aplicação das técnicas de desvio a partir de um ponto de vista prático dando instruções detalhadas para a aquisição de dados.

São realizadas três calibrações do autocolimador com uma mesa rotativa como referência.

A única alteração que é introduzida entre calibrações é a orientação angular do autocolimador relativamente à mesa.

- **Passo 1:** Começar com uma calibração do autocolimador contra a mesa rotativa em n pontos amostrais equidistantes $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$, medidos pelo autocolimador. Isto resulta nos valores de calibração $\delta_1(i)$, de acordo com a equação 5a:
- **Passo 2a:** Rodar a mesa rotativa para a posição angular na qual o autocolimador mede o ângulo α_i com $i = 1 + s_1$. Para o próximo passo, a mesa permanece fixa nesta posição.
- **Passo 2b:** Rodar o autocolimador relativamente a mesa rotativa de modo que a medição do autocolimador altera para o ângulo α_i com $i = 1$. Isto altera a orientação angular relativa do autocolimador e da mesa rotativa pelo desvio angular $\beta_1 = s_1 \cdot \Delta$.
- **Passo 3:** Repetir a calibração do autocolimador nos pontos amostrais α_i como medida pelo autocolimador durante a primeira calibração para obter os valores $\delta_2(i)$ de acordo 5b. Notar que, para a aplicação da técnica de desvio, só os dados $i = 1, 2, \dots, n - s_1$ são necessários.
- **Passo 4a:** Rodar a mesa para a posição na qual o autocolimador mede o ângulo α_i com $i = 1 + s_2 - s_1$. Para o próximo passo, a mesa permanece nesta posição outra vez. Notar que, sem perda de generalidade, assume-se que $s_2 > s_1$.
- **Passo 4b:** Rodar o autocolimador relativamente a mesa rotativa de modo que a medição do autocolimador se altere para o ângulo α_i com $i = 1$. A alteração resultante na orientação angular relativa do autocolimador e da mesa, $(s_2 - s_1) \cdot \Delta$, adiciona à alteração induzida pelos passos 2a e 2b, $s_1 \cdot \Delta$. Então, comparada à orientação relativa na primeira calibração, uma alteração de rede na orientação relativa pelo desvio angular $\beta_2 = s_2 \cdot \Delta$ é realizada.
- **Passo 5:** Repetir a calibração do autocolimador nos pontos amostrais α_i como medida pelo autocolimador durante a primeira calibração para obter a terceira calibração $\delta_3(i)$ de acordo com a equação 5c. Notar que só os dados $i = 1, 2, \dots, n - s_2$ são necessários.

Instruções Simplificadas:

As versões simplificadas dos passos 2a, 2b, 4a e 4b assumem que as leituras do ângulo do autocolimador nos pontos amostrais equidistantes α_i aumentam com o aumento do índice $i = 1, 2, \dots, n$.

- **Passo 2a (simplificado):** Rodar o codificador para a posição angular na qual o autocolimador mede o ângulo $\beta_1 = s_1 \cdot \Delta$.
- **Passo 2b (simplificado):** Rodar o autocolimador relativamente à mesa rotativa de modo que a medição do ângulo do autocolimador se altere para zero. (A mesa permanece fixa.)
- **Passo 4a (simplificado):** Rodar a mesa para a posição angular na qual o autocolimador mede o ângulo $\beta_2 - \beta_1 = (s_2 - s_1) \cdot \Delta$.
- **Passo 4b (simplificado):** Rodar o autocolimador relativamente à mesa rotativa de modo que a medição do ângulo do autocolimador se altere para zero. (A mesa permanece fixa.)

5.2. Resultados de Medição

Nesta secção, apresentar-se-ão alguns exemplos de dados obtidos referentes à verificação experimental das técnicas de desvio, embora a sua análise seja feita numa secção posterior.

Num primeiro caso, escolheu-se os seguintes parâmetros de medição:

- Valor de desvio $s_1 = 8$
- Valor de desvio $s_2 = 37$
- Número de dados $n = s_1 \cdot s_2 = 8 \times 37 = 296$
- Amostragem $\Delta = 0.2 \text{ arcseg}$
- Desvio angular $\beta_1 = s_1 \cdot \Delta = 1.6 \text{ arcseg}$
- Desvio angular $\beta_2 = s_2 \cdot \Delta = 7.4 \text{ arcseg}$

No anexo 1 – Tabela 6, está apresentado um exemplo de resultados obtidos através de instruções de obtenção de dados, referidas anteriormente, de acordo com os parâmetros de medição escolhidos.

Como forma de ilustração, as três medições estão representadas nos gráficos abaixo.

O Gráfico 1 mostra os valores medidos do autocolimador (AC) e os valores medidos da mesa rotativa (MR) na primeira medição. Como se pode observar, não há qualquer desvio entre eles

O Gráfico 2 e o Gráfico 3 mostram os valores medidos do autocolimador (AC) e os valores medidos da mesa rotativa (MR) na segunda e terceira medições, respectivamente. Nesses já se notam os desvios associados (s_1 e s_2).

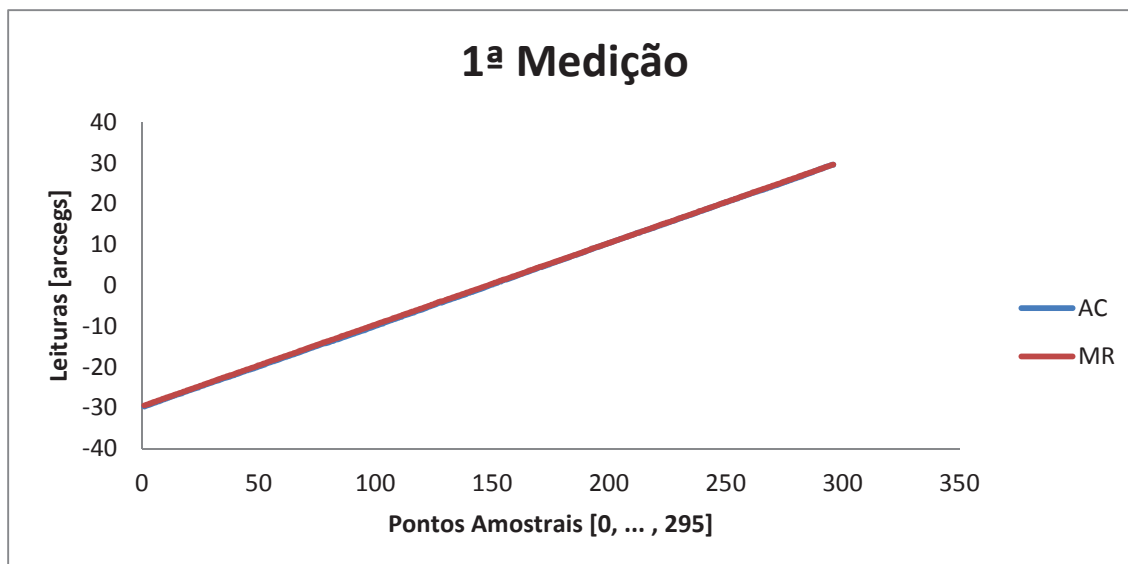


Gráfico 1 - Primeira Medição, n=296

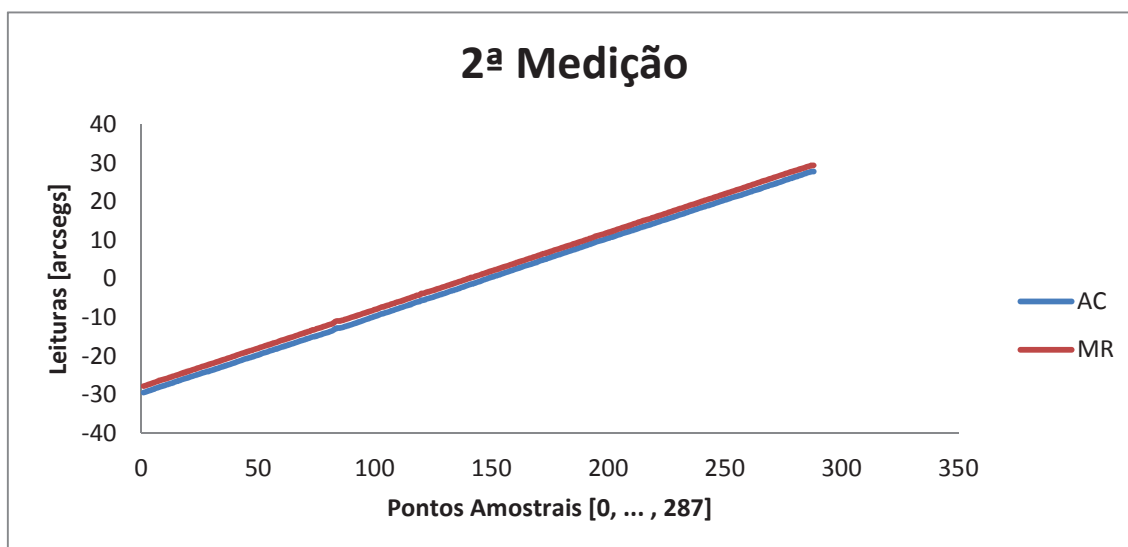


Gráfico 2 - Segunda Medição, n=296

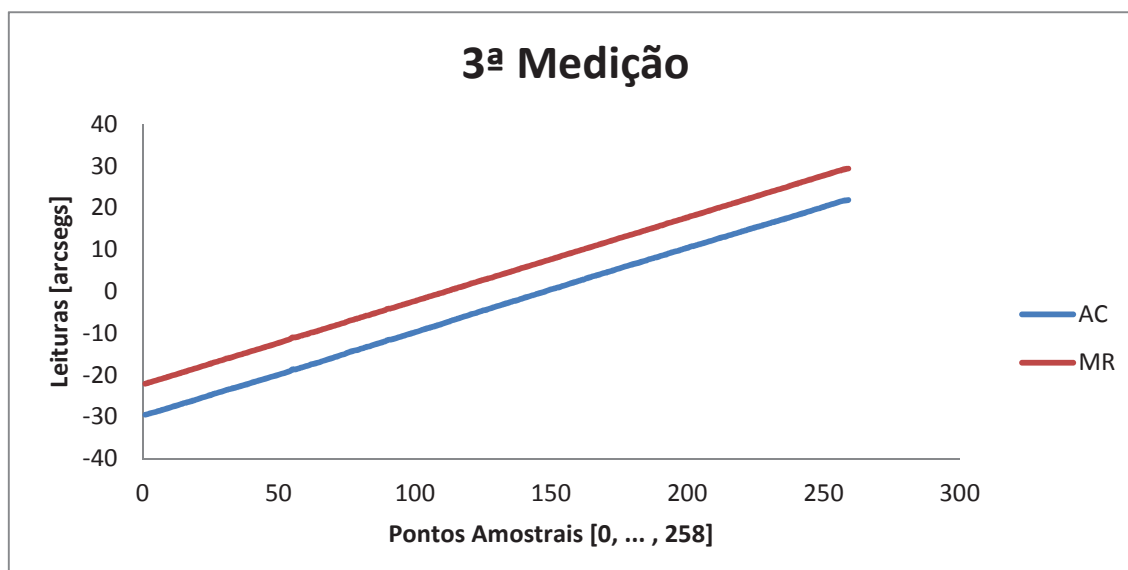


Gráfico 3 - Terceira Medição, n=296

No anexo 2 – Tabela 7, está apresentado um outro exemplo de resultados obtidos através das mesmas instruções de obtenção de dados, mas neste segundo caso com diferentes escolhas de parâmetros de medição.

Os parâmetros de medição escolhidos para o segundo caso são:

- Valor de desvio $s_1 = 3$
- Valor de desvio $s_2 = 5$
- Número de dados $n = s_1 \cdot s_2 = 3 \times 5 = 15$
- Amostragem $\Delta = 6 \text{ arcseg}$
- Desvio angular $\beta_1 = s_1 \cdot \Delta = 18 \text{ arcseg}$
- Desvio angular $\beta_2 = s_2 \cdot \Delta = 30 \text{ arcseg}$

Neste segundo caso, as representações das medições são idênticas aos Gráficos 1, 2 e 3.

6. Análise e Discussão dos Resultados

Neste capítulo, dar-se-á uma abordagem de como se trabalham os dados de acordo com o método descrito anteriormente. Serão também apresentados alguns exemplos de dados trabalhados com este procedimento.

6.1. Modo de Tratamento dos Dados

Para este tratamento dos dados recolhidos através do sistema composto pelo autocolimador e mesa rotativa, foram utilizados como ferramentas o Microsoft Office Excel e o programa Mathematica.

Como já foi referido, a técnica que se pretende implementar baseia-se na separação dos erros do autocolimador e da mesa rotativa, ou seja, como o sistema funciona em conjunto, o objectivo é separar os erros um do outro.

Através do procedimento de obtenção dos dados, atrás referido, obtiveram-se os valores para δ_1 , δ_2 e δ_3 , que correspondem respectivamente às equações (6), (7) e (8), abordadas no capítulo 6. De acordo com investigações feitas noutros âmbitos, estes valores de δ_1 , δ_2 e δ_3 foram normalizados subtraindo a média de cada um dos vectores respectivos.

De seguida, com os valores de δ_1 , δ_2 e δ_3 obtidos, determinou-se os dados deslocados referentes às equações (9) e (10), ou seja, os valores de $\delta_1 - \delta_2$ e $\delta_1 - \delta_3$. Novamente, aplicou-se a normalização a estes vectores.

Como já foi referido também, tanto para $\delta_1 - \delta_2$ como para $\delta_1 - \delta_3$ só são considerados os $n - s_1$ e $n - s_2$ valores, respectivamente, mas para se conseguir construir os erros medidos da mesa rotativa têm que ser considerados n valores tanto para $\delta_1 - \delta_2$ como para $\delta_1 - \delta_3$. Nesse sentido, completa-se os valores em falta utilizando a extensão natural.

Estes são calculados da seguinte maneira:

$$\Delta f(p, s) = - \sum_{l=1}^{\frac{n}{s}-1} \Delta f(p - ls, s), n - s \leq p \leq n - 1,$$

onde $\delta_1 - \delta_2$ corresponde a $\Delta f(p, s_1)$ e $\delta_1 - \delta_3$ corresponde a $\Delta f(p, s_2)$.

Na Ilustração 1, do anexo 3, é apresentado o código em Mathematica, que permite a determinação da extensão natural. Neste troço, necessitamos de conhecer, à partida, os valores dos desvios, s_1 e s_2 , e os valores das diferenças $\delta_1 - \delta_2$ e $\delta_1 - \delta_3$. No código, esses vectores das diferenças são denominados por OriDelta12 e OriDelta13, respectivamente. Notar que estes vectores

têm dimensões diferentes, ou seja, $\delta_1 - \delta_2$ tem dimensão n_1 e $\delta_1 - \delta_3$ tem dimensão n_2 . Este código faz o preenchimento dos valores em falta para os n valores que são precisos.

O passo seguinte é a aplicação das transformadas de Fourier discretas, de modo que dessa maneira se consiga construir os erros da mesa rotativa, minimizando-os.

Seja f_p , $p = 0, 1, \dots, n-1$, uma função da variável discreta p e denota-se F_q , $q = 0, 1, \dots, n-1$ a sua Transformada de Fourier Discreta. A f_p e a F_q estão então relacionadas como as seguintes expressões, já mencionadas anteriormente no capítulo 3:

$$f_p = \frac{1}{n} \sum_{q=0}^{n-1} F_q \cdot e^{i\frac{2\pi}{n}pq} \quad (14)$$

$$F_q = \sum_{p=0}^{n-1} f_p \cdot e^{-i\frac{2\pi}{n}pq} \quad (15)$$

É de notar que os somatórios começam em zero. Para uma notação mais clara, usar-se-á a abreviação $TFD\{\}$ que denota a análise TFD da função entre parenteses. A equação (15) pode então ser escrita simplesmente como $F_q = TFD\{f_p\}(q)$.

Usa-se a propriedade de deslocamento nas TFD, demonstrada no capítulo 3, de modo que a síntese e análise das TFD estejam de acordo com as equações (14) e (15).

Desta forma f_{p+s} tem como transformada de Fourier a expressão:

$$F_q \cdot e^{i\frac{2\pi}{n}qs}. \quad (16)$$

Relativamente às diferenças $\Delta f(p, s) = f_{p+s} - f_p$, $s \in \mathbb{N}$, que é o que nos interessa para este trabalho, a TFD é dada por:

$$F_q \cdot \left(e^{i\frac{2\pi}{n}qs} - 1 \right). \quad (17)$$

Definimos a função de transferência de desvios como

$$T(q, s) = \left(e^{i\frac{2\pi}{n}qs} - 1 \right)^{-1} \text{ onde } e^{i\frac{2\pi}{n}qs} - 1 \neq 0 \text{ e } T(q, s) = 0 \text{ nos outros casos.} \quad (18)$$

A F_q é então derivada a partir das diferenças dadas $\Delta f(p, s)$ de acordo com

$$F_q = T(q, s) \cdot TFD\{\Delta f(p, s)\}(q). \quad (19)$$

De acordo com a equação (18), $\forall s \in \mathbb{N}, T(0, s) = 0$ e assim $F(0) = 0$.

Para valores $T(q, s) = 0$ da função de transferência de desvios, $F_q = 0$ resulta da equação (19), i.e., o valor de F_q não pode ser recuperado das diferenças dadas, $\Delta f(p, s)$. Contudo, se pares de números de desvios coprimos, $s_k \in \mathbb{N}$, $k = 1, 2$, são seleccionados (i.e., números naturais sem um divisor comum) e $n = s_1 \cdot s_2$ é escolhido, a seguinte condição é para $q = 1, \dots, n-1$: onde $T(q, s_1) = 0$,

obrigatoriamente $T(q, s_2) \neq 0$, e vice versa. Nestas condições, a F_q pode ser sempre recuperada dos dois conjuntos de dados de diferenças $\Delta f(p, s_1)$, $p = 0, 1, \dots, n - s_1 - 1$, e $\Delta f(p, s_2)$, $p = 0, 1, \dots, n - s_2 - 1$.

Uma pequena demonstração para este resultado é:

De acordo com a equação (18), $T(q, s_1) = 0$ e $T(q, s_2) = 0$ para $q \neq 0$ e $n = s_1 \times s_2$ requer que $q = s_1 \cdot z = s_2 \cdot z'$ com números naturais $z, z' \in \mathbb{N}$. Porque os números de desvio s_1 e s_2 não têm um divisor comum, esta condição só pode ser satisfeita para $q = s_1 \cdot s_2 = n$ e múltiplos deste.

Se dados das diferenças são obtidos aplicando desvios múltiplos s_k , $k = 1, \dots, m$, estimativas múltiplas $\tilde{F}(q, s_k)$ de $F(q)$ são obtidas a partir da equação (19). Notar que, para este propósito, mais do que dois desvios podem ser utilizados.

Para alcançar uma propagação mínima de erros aleatórios das diferenças $\Delta f(p, s_k)$ e de acordo com referencia bibliográfica [13], elas são combinadas usando o peso médio

$$\tilde{F}(q) = \sum_{k=1}^m w(q, s_k) \cdot T(q, s_k) \cdot TFD\{\Delta(p, s_k)\}(q) \quad (20)$$

com os pesos da variância óptima

$$w(q, s_k) = \frac{|T(q, s_k)|^{-2}}{\sum_{k=1}^m |T(q, s_k)|^{-2}} \quad (21)$$

e $|T(q, s_k)|^2 = T^*(q, s_k) \cdot T(q, s_k)$ (o asterisco denota o conjugado do número complexo).

Na Ilustração 2, do anexo 3, é apresentado o código em Mathematica, que permite o cálculo da transformada de Fourier. Neste troço, precisamos de conhecer, à partida, os valores dos desvios, s_1 e s_2 , e os vectores completos com os n valores das diferenças $\delta_1 - \delta_2$ e $\delta_1 - \delta_3$. Este código faz o cálculo da transformada de Fourier, usando os pesos de variância óptima.

Na Ilustração 3, do anexo 3, é apresentado o código em Mathematica, que permite a inversão da transformada de Fourier. Neste troço, precisamos de conhecer os valores dos desvios, s_1 e s_2 , e a transformada de Fourier obtida pelo código da ilustração anterior.

Agora, tendo já os valores construídos da mesa rotativa, aplicando as equações (11), (12) e (13), novamente do capítulo do método, conseguem-se construir os valores dos erros medidos pelo autocolimador nas três calibrações efectuadas.

De acordo com investigações feitas noutros âmbitos, tem que se subtrair a estes valores, conjuntos de valores que estejam a mais. Desse modo e para chegar à determinação desses conjuntos assume-se que s_{max} é o maior dos dois desvios s_1 e s_2 . Assim, os tais conjuntos são determinados da seguinte maneira:

$$o = \frac{1}{n - s_{max}} \sum_{i=1}^{s_{max}} \eta_{AC}(i);$$

$$o' = \frac{1}{n - s_{max}} \sum_{i=1}^{s_{max}} \eta'_{AC}(i)$$

$$o'' = \frac{1}{n - s_{max}} \sum_{i=1}^{s_{max}} \eta''_{AC}(i)$$

Portanto, os três conjuntos de erros associados ao autocolimador são corrigidos da seguinte maneira:

$$\eta_{AC}(i) = \delta_1(i) + \eta_E(i) - o, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (22)$$

$$\eta'_{AC}(i) = \delta_2(i) + \eta_E(i + s_1) - o', \quad i = 1, 2, \dots, n - s_1; \quad (23)$$

$$\eta''_{AC}(i) = \delta_3(i) + \eta_E(i + s_2) - o'', \quad i = 1, 2, \dots, n - s_2. \quad (24)$$

Tendo os três conjuntos de erros associados ao autocolimador, ao calcular-se as médias dos três conjuntos (22 – 24) obtém-se os valores finais construídos dos erros medidos pelo autocolimador.

Assim, o objectivo principal desta dissertação foi alcançado, ou seja, conseguiu-se experimentalmente separar os erros do autocolimador dos da mesa rotativa.

6.2. Dois exemplos práticos de Tratamento dos Dados

Os dois exemplos de dados que foram trabalhados seguiram como base os parâmetros referidos na Tabela 1.

Exemplo	s_1	s_2	Δ
1	8	37	0,2''
2	3	5	6''

Tabela 1 - Parâmetros dos Exemplos usados

O exemplo 1 corresponde a ter $n = 296$ pontos amostrais separados entre eles por $\Delta = 0,2''$.

O exemplo 2 corresponde a ter $n = 15$ pontos amostrais separados entre eles por $\Delta = 6''$.

Os dados obtidos através do modo de tratamento de dados, descrito na secção anterior, referentes aos exemplos 1 e 2 estão apresentados, respectivamente, nos Anexo 4 – Tabela 8 e Anexo 5 – Tabela 9.

6.3. Análise dos resultados

Relativamente aos exemplos 1 e 2, mencionados anteriormente, abordar-se-á três situações de análise, que são elas: as leituras do autocolimador, as leituras da mesa rotativa e os erros construídos η_{AC} e η_E .

Começando pelo exemplo 1, a médias dos saltos amostrais das leituras do autocolimador foi de $\Delta = 0,1998$, que é próximo do valor que se pretendia ($\Delta = 0,2000$). A leitura por parte da mesa rotativa também indicou um valor próximo do pretendido, quando se fala de saltos amostrais. Neste caso, o valor médio dos saltos amostrais foi de $\Delta = 0,1995$.

A análise dos resultados prende-se com os valores das diferenças entre os pontos medidos inicialmente e os pontos medidos relativamente aos dois desvios aplicados ($\delta_1 - \delta_2$) e ($\delta_1 - \delta_3$), pois o método que se pretende implementar tem como base as técnicas de desvio.

Para simplificar a notação, usar-se-á “AC 1-2” para as diferenças das leituras do autocolimador aplicando o primeiro desvio e “AC 1-3” para as diferenças obtidas após o segundo desvio. Da mesma maneira, utilizar-se-á “MR 1-2” para as diferenças da mesa rotativa aplicando o primeiro desvio e “MR 1-3” para as diferenças aplicando o segundo desvio.

No caso do primeiro exemplo, a Tabela 2 engloba as quatro diferenças atrás referidas.

	Máximo	Mínimo	Amplitude	Amplitude por salto
AC 1-2	0,230	-0,430	0,660	3,303
AC 1-3	0,192	-0,454	0,646	3,233
MR 1-2	-1,328	-1,915	0,587	2,941
MR 1-3	-7,250	-7,664	0,414	2,075

Tabela 2 - Quadro com valores associados às diferenças no Autocolimador e às diferenças na Mesa Rotativa, Exemplo 1

Como se pode observar, pela Tabela 2, os valores das quatro amplitudes por salto são extremamente elevadas, o que pode levar a perceber que para este caso, o método abordado neste trabalho não será o mais apropriado tendo em conta os parâmetros deste primeiro exemplo.

Se se olhar agora para um quadro parecido, mas referente aos erros construídos (Tabela 3), pode-se perceber que de facto as amplitudes não estão dentro do intervalo aceitável para este tipo de problemas, que é entre 0,1 a 0,3. Este intervalo foi determinado por investigações feitas noutros âmbitos, e que se assumiu como conhecimento empírico para este trabalho.

	Máximo	Mínimo	Amplitude	Desvio Padrão
η_{AC}	0,3579	-0,1167	0,4746	0,0711
η_E	0,2619	-0,2830	0,5449	0,1403

Tabela 3 - Quadro com valores associados aos erros reconstruídos do Autocolimador e da Mesa Rotativa, Exemplo 1

Ou seja, apesar de se ter conseguido separa os erros, minimizados, as amplitudes são ainda elevadas, indo ao encontro da análise anterior.

Os Gráficos 4 e 5, representam respectivamente, os erros reconstruídos do Autocolimador e os erros estimados da mesa rotativa deste exemplo 1.

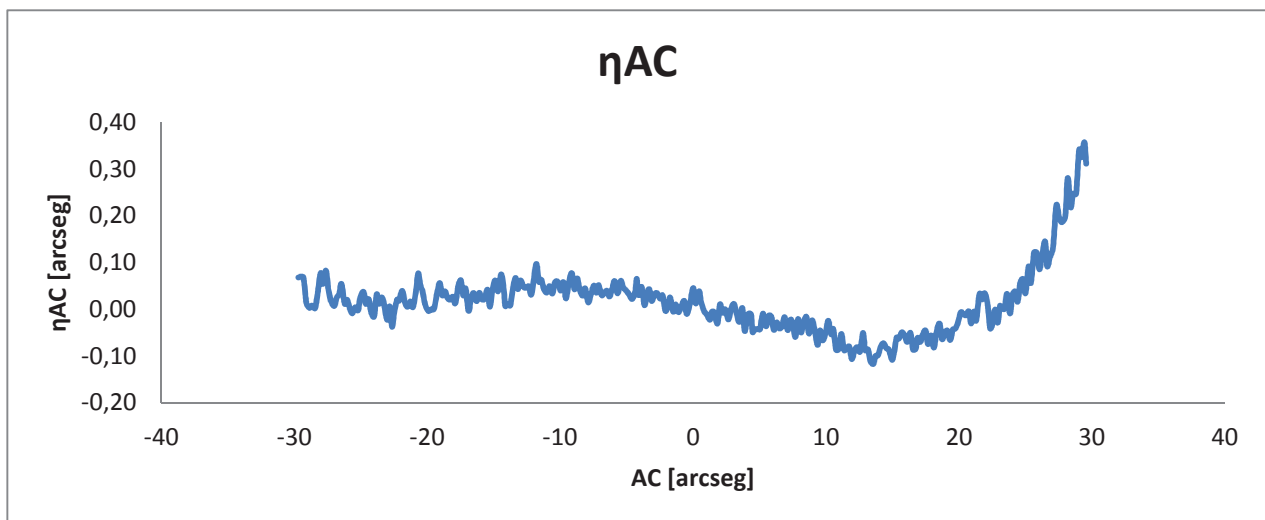


Gráfico 4 – Erros Reconstruídos do Autocolimador, Exemplo 1

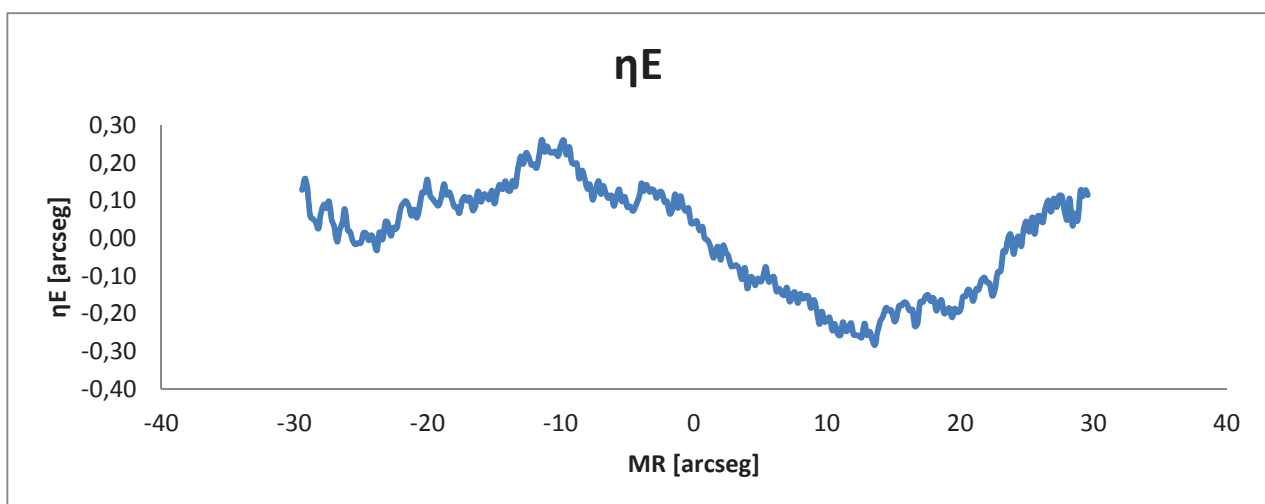


Gráfico 5 - Erros Estimados do Mesa Rotativa, Exemplo 1

Foram realizadas outras experiências com os mesmos parâmetros deste exemplo 1 e em todas elas as amplitudes foram superiores ao aceitável, o que faz concluir que para estes parâmetros e com os equipamentos que foram usados, este método não é a melhor solução para a calibração deste sistema.

Agora analisando o exemplo 2, da mesma maneira que foi feito com o exemplo 1, a leitura por parte do autocolimador revelou relativamente aos saltos amostrais um valor de $\Delta = 6,0126$, que é próximo do valor que se pretendia ($\Delta = 6,0000$). A leitura por parte da mesa rotativa também indicou um valor próximo do pretendido, quando se fala de saltos amostrais. Neste caso, o valor medido foi de $\Delta = 6,0013$.

No caso deste segundo exemplo, e seguindo a mesma ordem de ideias, a Tabela 4 engloba as quatro diferenças que se pretende analisar primeiramente: “AC 1-2”, “AC 1-3”, “MR 1-2” e “MR 1-3”.

	Máximo	Mínimo	Amplitude	Amplitude por salto
AC 1-2	0,345	-0,067	0,412	0,0685
AC 1-3	0,208	-0,059	0,267	0,0444
MR 1-2	-17,964	-18,0396	0,0756	0,0126
MR 1-3	-29,977	-30,024	0,0468	0,0078

Tabela 4 - Quadro com valores associados às diferenças no Autocolimador e às diferenças na Mesa Rotativa, Exemplo 2

Como se pode observar, pela Tabela 4, os valores das quatro amplitudes por salto são extremamente baixas, o que pode levar a perceber que para este caso, o método abordado neste trabalho será bastante apropriado tendo em conta os parâmetros deste segundo exemplo e as características das máquinas usadas.

Se se analisar agora um quadro referente aos erros construídos (Tabela 5), conclui-se que de facto as amplitudes estão dentro do intervalo aceitável para este tipo de problemas, e que é entre 0,1 a 0,3, como já foi dito.

	Máximo	Mínimo	Amplitude	Desvio Padrão
η_{AC}	0,0428	-0,0615	0,1044	0,0344
η_E	0,1199	-0,1348	0,2547	0,0804

Tabela 5 - Quadro com valores associados aos erros reconstruídos do Autocolimador e da Mesa Rotativa, Exemplo 2

Ou seja, para além de se ter conseguido separar os erros minimizados (η_{AC} e η_E), as amplitudes também correspondem ao que se pretendia.

Os Gráficos 6 e 7, representam respectivamente, os erros reconstruídos do Autocolimador e os erros estimados da mesa rotativa, neste caso do exemplo 2.

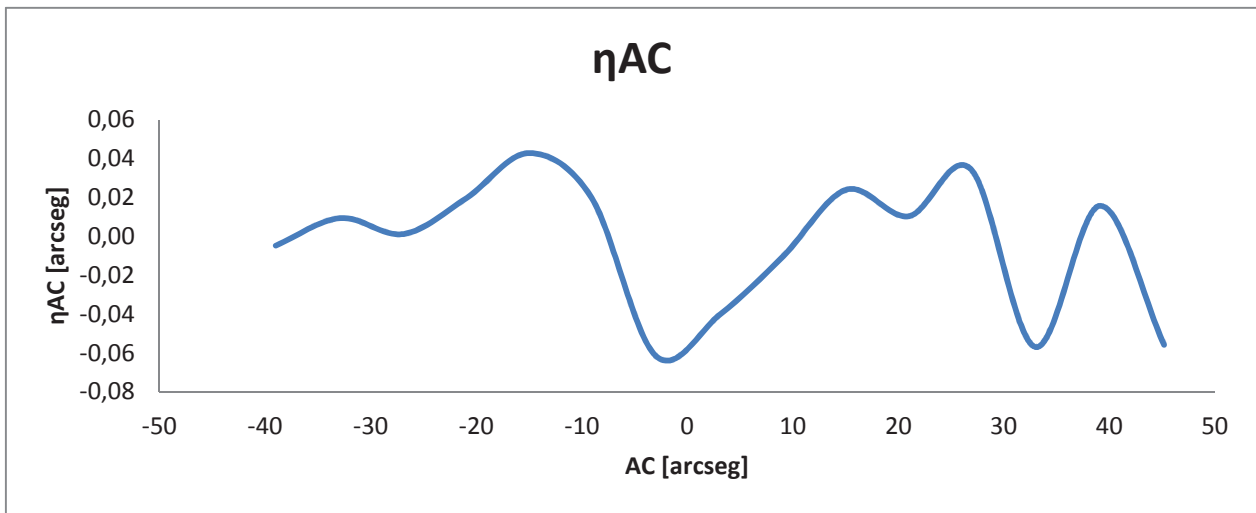


Gráfico 6 - Erros Reconstruídos do Autocolimador, Exemplo 2

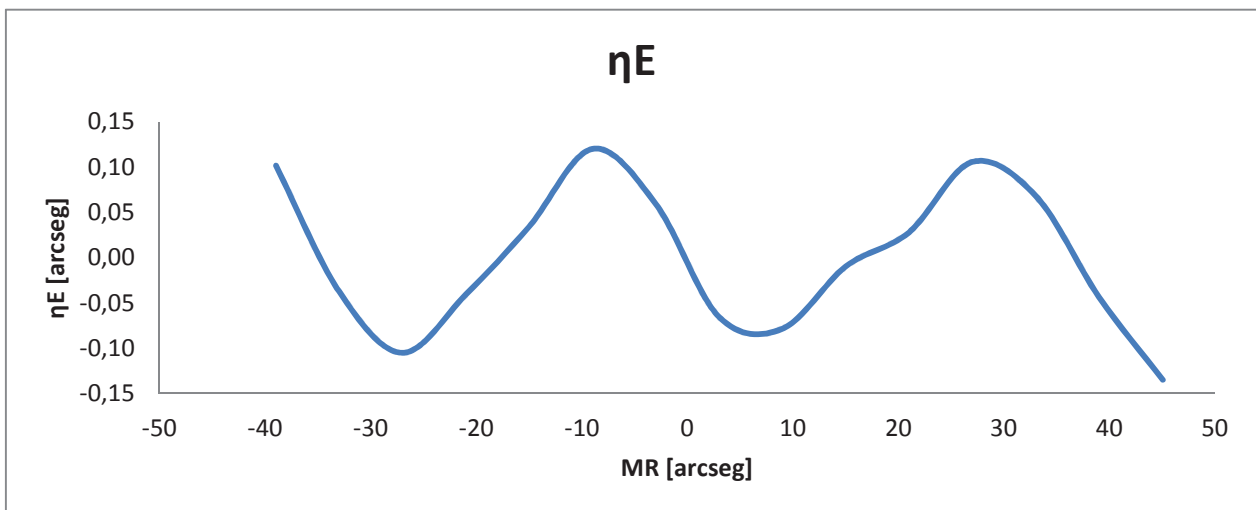


Gráfico 7 - Erros Estimados do Mesa Rotativa, Exemplo 2

Foram realizadas outras experiências com os mesmos parâmetros deste exemplo 2 e em todas elas as amplitudes foram ao encontro do aceitável, o que faz concluir que para estes parâmetros e com os equipamentos que foram usados, este método é uma boa solução para a calibração destes sistemas.

7. Conclusão

Este trabalho, realizado no Instituto Português da Qualidade, teve como principal objectivo a implementação de um novo método de medição num dos processos de calibração do domínio de ângulo. Pretendia-se, também numa segunda fase, através dos dados gerados a quando da medição das indicações do sistema autocolimador, utilizando uma mesa rotativa, separar por tratamento matemático os erros devidos a cada um dos sistemas de medição.

Estes objectivos deste trabalho foram alcançados, isto é, foi implementado um novo método utilizando técnicas avançadas aplicando certos desvios a um sistema composto por um autocolimador e uma mesa rotativa.

Para tal, foi necessário ter noções claras sobre o que era a Metrologia e quais são as suas aplicações.

Foi importante ter conhecimento de quais os instrumentos usados nesta área e como estes funcionam, em particular os dois que compõem o sistema de medição utilizado na aquisição dos dados.

Percebendo como funcionam os equipamentos, foi implementado o procedimento de recolha de dados descrito anteriormente nesta dissertação.

Com esses valores obtidos, foram construídos os erros separados do autocolimador e da mesa rotativa. Foram utilizados, como auxílio a esta construção dos erros, os programas informáticos Microsoft Excel e o Mathematica.

O outro dos objectivos propostos foi assim alcançado, o da separação dos erros medidos pelo autocolimador e os erros medidos pela mesa rotativa.

Foram realizados alguns exemplos práticos, com parâmetros iniciais escolhidos diferentes entre si, que permitiram que se chegasse à conclusão de que este método constitui uma boa alternativa aos outros métodos de calibração dadas as características dos instrumentos usados no IPQ. Os resultados vêm confirmar que quando o intervalo dos pontos amostrais é próximo da exactidão da mesa rotativa ($0,2''$) o método não apresenta fiabilidade.

O mesmo já não se aplica se o intervalo escolhido para a obtenção de dados (intervalos amostrais) for superior a $1''$, pois então o método será uma boa hipótese.

Tendo em conta os resultados obtidos recomenda-se a realização de novos ensaios de medição com diferentes intervalos amostrais de modo a caracterizar os parâmetros a utilizar com este método.

Em suma, foi uma experiência enriquecedora, que me permitiu aumentar o conhecimento numa área que até então era totalmente desconhecida.

Bibliografia

- [1] Cadernos Técnicos Carlos Sousa – Metrologia Notas Históricas.
- [2] Carlos André Carneiro de Oliveira – Trigonometria: O Radiano e as Funções Seno, Cosseno e Tangente.
- [3] “Decreto-Lei nº 128/2010”, *Diário da República*, 1.^a série – Nº 234, 3 de Dezembro de 2010.
- [4] “Instituto Português da Qualidade”, [online]. Available: www.ipq.pt.
- [5] IPQ, Vocabulário Internacional de Metrologia.
- [6] Instituto Português da Qualidade, Metrologia – em Síntese, Caparica: Tipografia Peres, 2001.
- [7] “Decreto-Lei nº 71/2012”, *Diário da República*, 1.^a série – Nº 58, 21 de Março de 2012.
- [8] “Bureau International des Poids et Mesures”, [online]. Available: www.bipm.org.
- [9] Sociedade Portuguesa de Metrologia – Metrologia/ Conceitos Básicos.
- [10] GUM, Evaluation of Measurement Data – Guide to the expression of uncertainty in measurement.
- [11] Isabel Lourtie – Sinais e Sistemas .
- [12] Joseana Macêdo Fechine, Grupo PET Computação – Ciclo de Seminários Técnicos “A transformada de Fourier e suas Aplicações”.
- [13] Geckeler R. D. and Just A. “A shearing-based method for the simultaneous calibration of angle measuring devices,” *Meas. Sci. Technol.* 25 105009 15pp (2014).
- [14] Geckeler R. D. and Just A., “Development of procedures for advanced shearing techniques” Deliverable 3.5.1, SIB58 Angles EMRP Project, www.anglemetrology.com.

Anexos

Anexo 1: Exemplo para 296 dados

Tabela 6 - Dados obtidos para as 3 medições

n	1ª Calibração		2ª Calibração		3ª Calibração	
	Mesa Rotativa (Graus)	Autocolimador (Segundos)	Mesa Rotativa (Graus)	Autocolimador (Segundos)	Mesa Rotativa (Graus)	Autocolimador (Segundos)
1	0,008212	29,555	0,008155	27,745	0,008182	21,941
2	0,008166	29,422	0,008153	27,755	0,008151	21,853
3	0,008108	29,197	0,008097	27,581	0,008102	21,711
4	0,00806	29,025	0,00805	27,425	0,008061	21,542
5	0,008001	28,798	0,007988	27,191	0,008002	21,337
6	0,007943	28,571	0,007928	26,915	0,007943	21,112
7	0,007893	28,395	0,007876	26,749	0,007893	20,939
8	0,007833	28,169	0,007824	26,529	0,007833	20,717
9	0,007784	27,985	0,007778	26,397	0,007783	20,534
10	0,007724	27,721	0,007719	26,131	0,007724	20,305
11	0,007674	27,503	0,007671	25,97	0,007675	20,11
12	0,007615	27,305	0,007613	25,774	0,007615	19,869
13	0,007564	27,064	0,007564	25,557	0,007566	19,724
14	0,007505	26,827	0,007504	25,335	0,007505	19,477
15	0,007444	26,617	0,007445	25,105	0,007445	19,269
16	0,007392	26,466	0,007394	24,912	0,007395	19,078
17	0,007326	26,2	0,007332	24,72	0,007334	18,853
18	0,007275	26,034	0,007285	24,541	0,007281	18,684
19	0,007217	25,832	0,007224	24,325	0,007219	18,512
20	0,007165	25,631	0,007175	24,147	0,007169	18,305
21	0,007104	25,399	0,007114	23,919	0,007109	18,09
22	0,007054	25,229	0,007065	23,745	0,007054	17,878
23	0,006995	24,993	0,007004	23,511	0,006991	17,681
24	0,006932	24,779	0,006945	23,296	0,006932	17,467
25	0,006882	24,588	0,006895	23,114	0,006883	17,309
26	0,006825	24,399	0,006836	22,911	0,006823	17,137
27	0,006775	24,217	0,006785	22,733	0,006772	16,918
28	0,006715	23,997	0,006722	22,509	0,006715	16,698
29	0,006665	23,831	0,006669	22,328	0,006666	16,561
30	0,006605	23,601	0,006607	22,118	0,006605	16,347
31	0,006554	23,413	0,006553	21,938	0,006555	16,146
32	0,006495	23,216	0,006493	21,711	0,006494	15,967
33	0,006447	23,069	0,00643	21,509	0,006434	15,751
34	0,006395	22,904	0,006382	21,343	0,006384	15,599
35	0,006333	22,709	0,006322	21,163	0,006326	15,389
36	0,006279	22,505	0,00627	20,993	0,006275	15,232
37	0,006221	22,323	0,006215	20,802	0,006216	15,019
38	0,006167	22,133	0,006161	20,623	0,006167	14,823
39	0,006103	21,922	0,006104	20,416	0,006105	14,595
40	0,006055	21,729	0,006051	20,2	0,006055	14,419
41	0,005994	21,531	0,005996	19,996	0,005995	14,187
42	0,005934	21,289	0,005937	19,776	0,005936	13,973
43	0,005883	21,122	0,005886	19,581	0,005886	13,805
44	0,005821	20,906	0,005825	19,377	0,005826	13,605

45	0,005775	20,741	0,005777	19,203	0,005776	13,421
46	0,005715	20,503	0,005716	18,993	0,005715	13,2
47	0,005665	20,336	0,005666	18,821	0,005664	13,049
48	0,005606	20,134	0,005604	18,604	0,005604	12,88
49	0,005554	19,969	0,005555	18,46	0,005555	12,669
50	0,005496	19,745	0,005498	18,239	0,005492	12,459
51	0,005434	19,515	0,005437	18,025	0,005434	12,237
52	0,005382	19,329	0,005387	17,841	0,005383	12,065
53	0,005325	19,12	0,005326	17,63	0,005325	11,856
54	0,005275	18,943	0,005277	17,448	0,005272	11,653
55	0,005215	18,716	0,005216	17,213	0,005215	11,469
56	0,005165	18,529	0,005167	17,03	0,005165	11,285
57	0,005106	18,301	0,005107	16,794	0,005106	11,07
58	0,005054	18,101	0,005055	16,621	0,005056	10,903
59	0,004994	17,885	0,005009	16,435	0,005007	10,75
60	0,004933	17,653	0,004944	16,19	0,00494	10,511
61	0,004882	17,481	0,004886	15,997	0,004892	10,34
62	0,004823	17,254	0,004828	15,813	0,004825	10,084
63	0,004775	17,078	0,004775	15,637	0,004775	9,891
64	0,004716	16,874	0,004714	15,424	0,004713	9,685
65	0,004665	16,729	0,004664	15,242	0,004663	9,525
66	0,004606	16,525	0,004603	15,023	0,004602	9,345
67	0,004556	16,337	0,004552	14,825	0,004555	9,156
68	0,004493	16,101	0,004493	14,615	0,004494	8,897
69	0,004436	15,885	0,004436	14,399	0,004432	8,704
70	0,004385	15,696	0,004386	14,229	0,004387	8,525
71	0,004326	15,476	0,004325	14,015	0,004324	8,281
72	0,004276	15,301	0,004277	13,824	0,004276	8,143
73	0,004215	15,081	0,004225	13,644	0,004216	7,94
74	0,004179	14,952	0,004176	13,465	0,004165	7,788
75	0,004113	14,709	0,004115	13,269	0,004105	7,515
76	0,004061	14,531	0,004063	13,063	0,004056	7,324
77	0,004001	14,317	0,003999	12,853	0,003995	7,135
78	0,003936	14,092	0,003943	12,662	0,003935	6,919
79	0,003885	13,897	0,003885	12,473	0,003883	6,753
80	0,003824	13,707	0,003825	12,276	0,003824	6,585
81	0,003773	13,551	0,003775	12,101	0,003776	6,406
82	0,003714	13,331	0,003715	11,895	0,003716	6,205
83	0,003665	13,149	0,003665	11,706	0,003665	6,02
84	0,003602	12,931	0,003604	11,475	0,003606	5,801
85	0,003556	12,773	0,003553	11,305	0,003556	5,601
86	0,003496	12,557	0,003495	11,089	0,003495	5,381
87	0,003435	12,342	0,003435	10,875	0,003436	5,157
88	0,003385	12,159	0,003385	10,713	0,003385	4,984
89	0,003326	11,925	0,003326	10,49	0,003326	4,764
90	0,003275	11,741	0,003275	10,305	0,003275	4,594
91	0,003214	11,532	0,003217	10,083	0,003215	4,399
92	0,003164	11,353	0,003167	9,901	0,003166	4,179
93	0,003105	11,147	0,003116	9,723	0,003103	3,981
94	0,003056	10,964	0,003066	9,549	0,003055	3,83
95	0,002995	10,737	0,003004	9,353	0,002995	3,634
96	0,002934	10,545	0,002941	9,121	0,002936	3,392

97	0,002886	10,372	0,002892	8,943	0,002886	3,237
98	0,002825	10,158	0,002826	8,703	0,002826	2,939
99	0,002776	9,958	0,002776	8,508	0,002776	2,803
100	0,002716	9,733	0,002715	8,279	0,002715	2,573
101	0,002666	9,544	0,002664	8,099	0,002666	2,387
102	0,002616	9,366	0,002604	7,869	0,002605	2,158
103	0,002564	9,168	0,002553	7,685	0,002555	1,981
104	0,002502	8,945	0,002498	7,488	0,002495	1,713
105	0,002438	8,711	0,002437	7,256	0,002435	1,504
106	0,002385	8,517	0,002385	7,062	0,002386	1,329
107	0,002324	8,286	0,002326	6,833	0,002325	1,101
108	0,002276	8,105	0,002275	6,639	0,002275	0,948
109	0,002214	7,891	0,002215	6,425	0,002213	0,745
110	0,002163	7,686	0,002163	6,269	0,002164	0,563
111	0,002103	7,473	0,002106	6,061	0,002105	0,358
112	0,002056	7,325	0,002056	5,865	0,002055	0,151
113	0,001995	7,107	0,001997	5,647	0,001996	-0,072
114	0,001935	6,876	0,001935	5,431	0,001936	-0,295
115	0,001885	6,697	0,001885	5,241	0,001886	-0,469
116	0,001827	6,477	0,001826	5,029	0,001825	-0,709
117	0,001775	6,286	0,00179	4,884	0,001776	-0,881
118	0,001717	6,069	0,001727	4,649	0,001716	-1,101
119	0,001667	5,881	0,00167	4,43	0,001665	-1,279
120	0,001607	5,674	0,001607	4,207	0,001615	-1,477
121	0,001557	5,477	0,001556	4,012	0,001561	-1,681
122	0,001497	5,249	0,001495	3,801	0,001494	-1,923
123	0,001437	5,028	0,001438	3,582	0,001435	-2,111
124	0,001388	4,866	0,001388	3,424	0,001385	-2,267
125	0,001327	4,628	0,001327	3,241	0,001325	-2,495
126	0,001276	4,465	0,001277	3,045	0,001275	-2,681
127	0,001237	4,353	0,001219	2,812	0,001217	-2,9
128	0,001173	4,113	0,001174	2,653	0,001167	-3,069
129	0,00111	3,877	0,001108	2,449	0,001106	-3,287
130	0,001061	3,695	0,001057	2,231	0,001057	-3,477
131	0,000999	3,467	0,000996	2,006	0,000995	-3,681
132	0,000942	3,257	0,000936	1,778	0,000936	-3,891
133	0,000886	3,063	0,000885	1,597	0,000886	-4,113
134	0,000824	2,834	0,000827	1,372	0,000828	-4,342
135	0,000774	2,644	0,000776	1,183	0,00079	-4,479
136	0,000713	2,415	0,000716	0,956	0,000726	-4,723
137	0,000663	2,216	0,000666	0,793	0,00067	-4,927
138	0,000606	2,009	0,000606	0,572	0,000609	-5,148
139	0,000556	1,822	0,000554	0,401	0,000561	-5,303
140	0,000496	1,593	0,00051	0,237	0,000501	-5,519
141	0,000433	1,397	0,000439	-0,039	0,00044	-5,752
142	0,000398	1,262	0,000394	-0,209	0,000388	-5,949
143	0,000336	1,015	0,000327	-0,459	0,000327	-6,165
144	0,000283	0,821	0,000275	-0,671	0,000282	-6,351
145	0,000216	0,59	0,000214	-0,901	0,000219	-6,593
146	0,000177	0,44	0,000164	-1,089	0,00018	-6,744
147	0,000113	0,191	0,000104	-1,304	0,00011	-7,015
148	0,000057	0	0,000068	-1,436	0,000058	-7,217

149	-0,000004	-0,243	0,00001	-1,662	-0,000005	-7,455
150	-0,000066	-0,485	-0,000053	-1,899	-0,000065	-7,694
151	-0,000114	-0,666	-0,000103	-2,093	-0,000114	-7,876
152	-0,000176	-0,892	-0,000164	-2,316	-0,000174	-8,097
153	-0,000227	-1,107	-0,000218	-2,509	-0,000226	-8,271
154	-0,000283	-1,323	-0,000284	-2,769	-0,000284	-8,481
155	-0,000334	-1,503	-0,000335	-2,919	-0,000334	-8,64
156	-0,000395	-1,733	-0,000394	-3,128	-0,000394	-8,865
157	-0,000445	-1,877	-0,000445	-3,312	-0,000443	-9,041
158	-0,000505	-2,091	-0,000506	-3,539	-0,000504	-9,274
159	-0,000564	-2,3	-0,000563	-3,743	-0,000565	-9,491
160	-0,000613	-2,482	-0,000613	-3,944	-0,000614	-9,675
161	-0,000674	-2,718	-0,000671	-4,132	-0,000673	-9,905
162	-0,000722	-2,899	-0,00072	-4,328	-0,000724	-10,09
163	-0,000783	-3,125	-0,000781	-4,545	-0,000783	-10,293
164	-0,000834	-3,299	-0,000831	-4,738	-0,000833	-10,479
165	-0,000882	-3,483	-0,000889	-4,951	-0,000893	-10,711
166	-0,000928	-3,665	-0,000941	-5,123	-0,000946	-10,886
167	-0,000994	-3,879	-0,000985	-5,281	-0,001004	-11,108
168	-0,001059	-4,114	-0,001047	-5,52	-0,001066	-11,305
169	-0,001098	-4,247	-0,001065	-5,587	-0,001115	-11,447
170	-0,001128	-4,359	-0,001174	-5,947	-0,001134	-11,533
171	-0,001195	-4,587	-0,001201	-6,033	-0,001221	-11,87
172	-0,001273	-4,824	-0,001274	-6,287	-0,001282	-12,069
173	-0,001327	-5,021	-0,001326	-6,494	-0,001333	-12,263
174	-0,001395	-5,258	-0,001388	-6,719	-0,001393	-12,469
175	-0,001443	-5,451	-0,001444	-6,917	-0,001442	-12,651
176	-0,001505	-5,689	-0,001504	-7,131	-0,001503	-12,88
177	-0,001563	-5,905	-0,001564	-7,352	-0,001564	-13,115
178	-0,001614	-6,087	-0,001614	-7,535	-0,001593	-13,231
179	-0,001673	-6,295	-0,001675	-7,744	-0,001658	-13,461
180	-0,001722	-6,485	-0,001724	-7,923	-0,001712	-13,676
181	-0,001785	-6,702	-0,001785	-8,161	-0,001775	-13,908
182	-0,001834	-6,891	-0,001834	-8,343	-0,001821	-14,038
183	-0,001895	-7,116	-0,001895	-8,565	-0,00188	-14,23
184	-0,001944	-7,282	-0,001944	-8,758	-0,00193	-14,425
185	-0,00199	-7,473	-0,002006	-8,965	-0,001992	-14,666
186	-0,002056	-7,711	-0,002043	-9,078	-0,002062	-14,931
187	-0,002114	-7,901	-0,002105	-9,319	-0,002114	-15,135
188	-0,002175	-8,13	-0,00217	-9,56	-0,002173	-15,349
189	-0,002224	-8,305	-0,002224	-9,771	-0,002225	-15,546
190	-0,002285	-8,544	-0,002286	-9,996	-0,002285	-15,787
191	-0,002336	-8,721	-0,002335	-10,191	-0,002334	-15,983
192	-0,002393	-8,927	-0,002395	-10,421	-0,002394	-16,197
193	-0,002444	-9,125	-0,002445	-10,615	-0,002445	-16,397
194	-0,002504	-9,362	-0,002503	-10,835	-0,002498	-16,599
195	-0,002553	-9,571	-0,002565	-11,067	-0,002562	-16,851
196	-0,002604	-9,759	-0,002613	-11,253	-0,002612	-17,025
197	-0,002664	-9,971	-0,002673	-11,473	-0,002673	-17,219
198	-0,002719	-10,187	-0,002724	-11,667	-0,002707	-17,335
199	-0,002781	-10,399	-0,002783	-11,885	-0,002777	-17,599
200	-0,002834	-10,593	-0,002835	-12,059	-0,002827	-17,795

201	-0,002895	-10,816	-0,002896	-12,253	-0,002881	-17,994
202	-0,002945	-11,009	-0,002945	-12,43	-0,00293	-18,167
203	-0,003007	-11,219	-0,003003	-12,65	-0,002996	-18,409
204	-0,003066	-11,418	-0,003033	-12,765	-0,003034	-18,567
205	-0,003117	-11,586	-0,003087	-12,964	-0,003034	-18,563
206	-0,003175	-11,794	-0,003033	-12,765	-0,003159	-19,006
207	-0,003228	-11,98	-0,003224	-13,428	-0,003214	-19,21
208	-0,003284	-12,181	-0,003286	-13,661	-0,003278	-19,433
209	-0,003335	-12,359	-0,003335	-13,851	-0,003335	-19,639
210	-0,003395	-12,58	-0,003395	-14,063	-0,003395	-19,847
211	-0,003444	-12,767	-0,003446	-14,239	-0,003446	-20,033
212	-0,003504	-12,985	-0,003504	-14,441	-0,003506	-20,22
213	-0,003565	-13,195	-0,003563	-14,658	-0,003567	-20,395
214	-0,003614	-13,363	-0,003615	-14,836	-0,003617	-20,58
215	-0,003675	-13,586	-0,003675	-15,007	-0,003676	-20,792
216	-0,003725	-13,753	-0,00371	-15,123	-0,003724	-20,969
217	-0,003784	-13,974	-0,003782	-15,368	-0,003784	-21,187
218	-0,003835	-14,135	-0,003829	-15,531	-0,003835	-21,355
219	-0,003883	-14,263	-0,003892	-15,771	-0,003895	-21,568
220	-0,003934	-14,448	-0,003944	-15,947	-0,003945	-21,756
221	-0,003993	-14,677	-0,004006	-16,163	-0,004004	-21,969
222	-0,004056	-14,892	-0,004065	-16,373	-0,004064	-22,192
223	-0,004105	-15,075	-0,004116	-16,557	-0,004114	-22,367
224	-0,004163	-15,291	-0,004175	-16,771	-0,004174	-22,571
225	-0,004214	-15,468	-0,004226	-16,941	-0,004224	-22,745
226	-0,004276	-15,685	-0,004284	-17,161	-0,004284	-22,962
227	-0,004329	-15,883	-0,004333	-17,339	-0,004336	-23,11
228	-0,004387	-16,087	-0,004393	-17,551	-0,004393	-23,311
229	-0,004444	-16,293	-0,004444	-17,74	-0,004435	-23,463
230	-0,004505	-16,525	-0,004506	-17,962	-0,004493	-23,673
231	-0,004566	-16,719	-0,004565	-18,149	-0,004554	-23,893
232	-0,004615	-16,903	-0,004615	-18,309	-0,004605	-24,083
233	-0,004677	-17,113	-0,004676	-18,54	-0,004665	-24,303
234	-0,004726	-17,295	-0,004725	-18,718	-0,004714	-24,473
235	-0,004784	-17,471	-0,004784	-18,929	-0,004778	-24,714
236	-0,004837	-17,67	-0,004835	-19,107	-0,00483	-24,912
237	-0,004896	-17,891	-0,004895	-19,311	-0,00489	-25,115
238	-0,004945	-18,077	-0,004943	-19,502	-0,004942	-25,299
239	-0,005004	-18,295	-0,005004	-19,743	-0,005005	-25,521
240	-0,005053	-18,487	-0,005064	-19,972	-0,005065	-25,747
241	-0,005104	-18,667	-0,005114	-20,151	-0,005116	-25,934
242	-0,005163	-18,871	-0,005173	-20,353	-0,005175	-26,164
243	-0,005216	-19,065	-0,005213	-20,494	-0,005226	-26,327
244	-0,00528	-19,28	-0,005273	-20,716	-0,005286	-26,523
245	-0,005334	-19,501	-0,005325	-20,897	-0,005334	-26,674
246	-0,005395	-19,737	-0,005385	-21,107	-0,005394	-26,907
247	-0,005445	-19,923	-0,005437	-21,317	-0,005445	-27,096
248	-0,005506	-20,141	-0,005501	-21,544	-0,005506	-27,312
249	-0,005565	-20,365	-0,00556	-21,766	-0,005562	-27,511
250	-0,005617	-20,501	-0,005614	-21,945	-0,005614	-27,702
251	-0,005677	-20,683	-0,005675	-22,168	-0,005676	-27,925
252	-0,005724	-20,849	-0,005725	-22,35	-0,005724	-28,111

253	-0,005784	-21,079	-0,005785	-22,561	-0,005783	-28,319
254	-0,005834	-21,271	-0,005836	-22,732	-0,005834	-28,488
255	-0,005895	-21,484	-0,005895	-22,952	-0,005894	-28,718
256	-0,005944	-21,675	-0,005945	-23,143	-0,005943	-28,893
257	-0,006006	-21,887	-0,006004	-23,337	-0,005992	-29,04
258	-0,006066	-22,119	-0,006064	-23,559	-0,006056	-29,247
259	-0,006115	-22,278	-0,006114	-23,735	-0,006109	-29,411
260	-0,006175	-22,495	-0,006174	-23,957	-0,006174	-29,655
261	-0,006214	-22,655	-0,006225	-24,091	-0,006225	-29,853
262	-0,006277	-22,829	-0,006284	-24,28	-0,006286	-30,061
263	-0,006324	-23,015	-0,006333	-24,451	-0,006336	-30,256
264	-0,006384	-23,235	-0,006394	-24,647	-0,006395	-30,457
265	-0,006436	-23,414	-0,006444	-24,832	-0,006445	-30,63
266	-0,006499	-23,603	-0,006503	-25,043	-0,006504	-30,847
267	-0,006562	-23,807	-0,006561	-25,271	-0,006563	-31,047
268	-0,006613	-23,998	-0,006613	-25,45	-0,006614	-31,231
269	-0,006671	-24,218	-0,006672	-25,667	-0,006675	-31,451
270	-0,006725	-24,403	-0,006724	-25,855	-0,006724	-31,643
271	-0,006786	-24,622	-0,006773	-26,018	-0,006785	-31,861
272	-0,006835	-24,795	-0,006828	-26,194	-0,006835	-32,03
273	-0,006897	-25,035	-0,006892	-26,439	-0,006892	-32,235
274	-0,006947	-25,205	-0,006943	-26,627	-0,006945	-32,394
275	-0,007007	-25,42	-0,007004	-26,86	-0,007004	-32,6
276	-0,007065	-25,631	-0,007065	-27,065	-0,007063	-32,815
277	-0,007115	-25,816	-0,007116	-27,215	-0,007114	-33,001
278	-0,007175	-26,032	-0,007176	-27,435	-0,007174	-33,237
279	-0,007224	-26,215	-0,007225	-27,64	-0,007223	-33,419
280	-0,007285	-26,451	-0,007275	-27,817	-0,007284	-33,641
281	-0,007335	-26,624	-0,007325	-28,015	-0,007334	-33,832
282	-0,007395	-26,823	-0,007385	-28,231	-0,007394	-34,059
283	-0,007443	-26,993	-0,007439	-28,422	-0,007445	-34,252
284	-0,007505	-27,239	-0,007505	-28,671	-0,007503	-34,474
285	-0,007564	-27,45	-0,007559	-28,887	-0,007563	-34,712
286	-0,007614	-27,625	-0,007615	-29,088	-0,007614	-34,892
287	-0,007675	-27,851	-0,007675	-29,31	-0,007674	-35,114
288	-0,007723	-28,021	-0,007726	-29,499	-0,007725	-35,285
289	-0,007786	-28,258	-0,007786	-29,727	-0,007774	-35,451
290	-0,007835	-28,436	-0,007836	-29,91	-0,007824	-35,639
291	-0,007896	-28,667	-0,007897	-30,135	-0,007885	-35,855
292	-0,007946	-28,865	-0,007947	-30,324	-0,007935	-36,041
293	-0,008007	-29,089	-0,008006	-30,497	-0,007994	-36,259
294	-0,008068	-29,311	-0,008064	-30,699	-0,008054	-36,489
295	-0,008114	-29,487	-0,008115	-30,875	-0,008106	-36,677
296	-0,008175	-29,702	-0,008175	-31,094	-0,008169	-36,924

Anexo 2: Exemplo para 15 dados

Tabela 7 - Dados obtidos para as 3 medições

<i>n</i>	<i>1ª Calibração</i>		<i>2ª Calibração</i>		<i>3ª Calibração</i>	
	<i>Mesa Rotativa (Graus)</i>	<i>Autocolimador (Segundos)</i>	<i>Mesa Rotativa (Graus)</i>	<i>Autocolimador (Segundos)</i>	<i>Mesa Rotativa (Graus)</i>	<i>Autocolimador (Segundos)</i>
1	0,012518	45,187	0,012505	26,963	0,012504	15,127
2	0,010839	39,123	0,010836	20,901	0,01083	9,003
3	0,009179	32,963	0,009176	14,799	0,009176	2,893
4	0,007497	26,896	0,007506	8,763	0,007506	-3,151
5	0,005837	21,003	0,005828	2,809	0,005836	-9,069
6	0,004175	15,068	0,004168	-3,079	0,004164	-15,071
7	0,002495	9,108	0,002507	-9,007	0,002507	-20,999
8	0,000836	3,101	0,000836	-15,074	0,000828	-27
9	-0,000825	-2,988	-0,000824	-21,169	-0,000838	-33,089
10	-0,002495	-9,054	-0,002494	-27,221	-0,002492	-39,109
11	-0,004167	-14,995	-0,004166	-33,124	-0,00416	-45,048
12	-0,005824	-20,911	-0,005835	-39,053	-0,005821	-50,93
13	-0,007504	-26,876	-0,007495	-44,997	-0,007496	-56,921
14	-0,009165	-32,886	-0,009171	-51,073	-0,009174	-62,945
15	-0,010825	-38,988	-0,010836	-57,195	-0,010826	-68,98

Anexo 3: Códigos em Mathematica do cálculo das transformadas de Fourier discretas

Ilustração 1 – Código para determinar a Extensão Natural

```
(*Extensão Natural*)

n = s1*s2;
n1 = n - s1;
n2 = n - s2;
delta12 = Table[0, {p, 1, n}];
delta13 = Table[0, {p, 1, n}];

For[i = 1, i ≤ n1, i++,
  delta12[[i]] = OriDelta12[[i]]
];

For[i = 1, i ≤ n2, i++,
  delta13[[i]] = OriDelta13[[i]]
];

For[p = n - s1 + 1, p ≤ n, p++,
{
  soma1 = 0,
  For[l = 1, l ≤ n/s1 - 1, l++,
    soma1 = soma1 + delta12[[p - l*s1]]
  ],
  delta12[[p]] = -soma1
}
];

For[p = n - s2 + 1, p ≤ n, p++,
{
  soma2 = 0,
  For[l = 1, l ≤ n/s2 - 1, l++,
    soma2 = soma2 + delta13[[p - l*s2]]
  ],
  delta13[[p]] = -soma2
}
];
```

Ilustração 2 – Código para determinar a Transformada de Fourier

```
(*Transformada de Fourier*)

n = s1*s2;
m = Table[p*q, {p, 0, n-1}, {q, 0, n-1}];
m2 = Table[0, {p, 0, n-1}, {q, 0, n-1}];

For[i = 1, i ≤ n, i++,
  For[j = 1, j ≤ n, j++,
    If[Mod[(i-1)*(j-1), n] = 0, m2[[i, j]] = 0, m2[[i, j]] = -2*N[Pi]/n*m[[i, j]]*I]
  ];
m2 = Exp[m2];

Fs1 = delta12.m2;
Fs2 = delta13.m2;

trasfers1 = Table[s1*q, {q, 0, n-1}];
For[i = 1, i ≤ n, i++,
  If[Mod[(i-1)*s1, n] = 0, transfers1[[i]] = 0, transfers1[[i]] = 1/(Exp[trasfers1[[i]]*2*N[Pi]/n*I] - 1)]
];

trasfers2 = Table[s2*q, {q, 0, n-1}];
For[i = 1, i ≤ n, i++,
  If[Mod[(i-1)*s2, n] = 0, transfers2[[i]] = 0, transfers2[[i]] = 1/(Exp[trasfers2[[i]]*2*N[Pi]/n*I] - 1)]
];

modTrasfers1 = Abs[trasfers1];
modTrasfers2 = Abs[trasfers2];

For[i = 2, i ≤ n, i++,
  If[modTrasfers1[[i]] = 0, modTrasfers1[[i]] = 0, modTrasfers1[[i]] = modTrasfers1[[i]]^(-2)]
];

For[i = 2, i ≤ n, i++,
  If[modTrasfers2[[i]] = 0, modTrasfers2[[i]] = 0, modTrasfers2[[i]] = modTrasfers2[[i]]^(-2)]
];

auxModSoma = Table[0, {q, 0, n-1}];
For[i = 2, i ≤ n, i++,
  auxModSoma[[i]] = modTrasfers1[[i]] + modTrasfers2[[i]]
];

auxModSoma = Drop[auxModSoma, 1];
modTrasfers1 = Drop[modTrasfers1, 1];
modTrasfers2 = Drop[modTrasfers2, 1];

Ws1 = modTrasfers1/auxModSoma;
Ws2 = modTrasfers2/auxModSoma;
Ws1 = Join[{0}, Ws1];
Ws2 = Join[{0}, Ws2];

Fs1 = Fs1*trasfers1;
Fs2 = Fs2*trasfers2;

Ffinal = Table[0, {q, 1, n}];
For[k = 1, k ≤ n, k++,
  {
    a = Fs1[[k]],
    b = Fs2[[k]],
    Ffinal[[k]] = Ws1[[k]]*a + Ws2[[k]]*b
  }
];
```


Ilustração 3 – Código para determinar a Transformada de Fourier Inversa

```
(*Inversão da Transformada*)
```

```
n = s1*s2;
```

```
ffinal = Table[p*q, {p, 0, n-1}, {q, 0, n-1}];
```

```
ffinal = ffinal*2*N[Pi]/n*I;
```

```
ffinal = Exp[ffinal];
```

```
ffinal = Ffinal.ffinal/n;
```

```
ffinal = Re[ffinal];
```


Anexo 4: Tratamento de Dados para exemplos práticos com 296 pontos amostrais

Tabela 8 - Dados trabalhados referentes aos obtidos ilustrados no anexo 1

n	δ_1	δ_2	δ_3	δ_{1-2}	δ_{1-3}	η_E	η_{AC}	η'_{AC}	η''_{AC}	$\eta_{AC}(\text{final})$
1	-8,21E-02	-3,24E-02	-9,91E-03	-4,46E-02	-6,19E-02	1,29E-01	6,21E-02	6,63E-02	7,65E-02	6,83E-02
2	-8,67E-02	-2,70E-02	-3,67E-02	-5,46E-02	-3,97E-02	1,59E-01	8,74E-02	6,27E-02	6,16E-02	7,06E-02
3	-7,63E-02	-2,10E-02	-6,01E-02	-5,02E-02	-5,87E-03	1,35E-01	7,40E-02	8,60E-02	4,39E-02	6,80E-02
4	-7,39E-02	-2,16E-02	-8,95E-02	-4,72E-02	2,59E-02	6,00E-02	1,26E-03	4,01E-02	-1,38E-03	1,33E-02
5	-6,95E-02	-4,51E-05	-9,09E-02	-6,44E-02	3,17E-02	5,08E-02	-3,49E-03	3,91E-02	-2,56E-02	3,35E-03
6	-5,15E-02	1,14E-02	-7,69E-02	-5,78E-02	3,57E-02	4,42E-02	7,86E-03	1,17E-02	4,82E-03	8,14E-03
7	-4,01E-02	7,95E-03	-9,15E-02	-4,30E-02	6,17E-02	2,62E-02	1,31E-03	3,86E-02	-3,12E-02	2,92E-03
8	-3,85E-02	7,95E-03	-9,59E-02	-4,14E-02	6,77E-02	6,41E-02	4,08E-02	5,87E-02	-5,89E-03	3,12E-02
9	-2,83E-02	2,60E-02	-8,27E-02	-4,92E-02	6,47E-02	8,97E-02	7,66E-02	1,13E-01	4,37E-02	7,77E-02
10	-3,11E-02	2,30E-02	-8,29E-02	-4,90E-02	6,21E-02	8,07E-02	6,48E-02	5,45E-02	4,40E-02	5,44E-02
11	-2,47E-02	5,16E-02	-7,91E-02	-7,12E-02	6,47E-02	9,80E-02	8,86E-02	7,81E-02	8,27E-02	8,31E-02
12	-2,97E-02	5,56E-02	-8,17E-02	-8,02E-02	6,23E-02	5,27E-02	3,82E-02	5,71E-02	3,81E-02	4,45E-02
13	-3,11E-02	2,20E-02	-8,53E-02	-4,80E-02	6,45E-02	3,01E-02	1,42E-02	1,52E-02	2,33E-02	1,76E-02
14	-8,31E-03	7,35E-03	-7,99E-02	-1,06E-02	8,19E-02	-8,66E-03	-1,76E-03	4,10E-03	2,02E-02	7,53E-03
15	-1,11E-02	2,08E-02	-6,29E-02	-2,68E-02	6,21E-02	2,16E-02	2,57E-02	1,86E-02	2,93E-02	2,45E-02
16	-2,81E-02	2,52E-02	-8,47E-02	-4,82E-02	6,69E-02	4,17E-02	2,88E-02	4,80E-02	2,52E-02	3,40E-02
17	-3,51E-02	3,98E-02	-1,05E-01	-6,98E-02	7,99E-02	7,78E-02	5,79E-02	6,13E-02	4,44E-02	5,45E-02
18	-1,87E-02	1,78E-02	-1,25E-01	-3,14E-02	1,17E-01	2,25E-02	1,90E-02	2,18E-02	-3,81E-03	1,24E-02
19	-1,21E-02	4,35E-03	-1,08E-01	-1,14E-02	1,06E-01	1,75E-02	2,06E-02	2,19E-02	1,97E-02	2,07E-02
20	-1,21E-02	5,15E-03	-1,04E-01	-1,22E-02	1,03E-01	-7,47E-03	-4,36E-03	1,94E-03	5,29E-03	9,53E-04
21	-7,11E-03	9,75E-03	-9,43E-02	-1,18E-02	9,75E-02	-1,58E-02	-7,72E-03	-1,25E-02	-4,30E-03	-8,18E-03
22	-4,91E-03	1,55E-03	-9,91E-02	-1,35E-03	1,05E-01	-1,23E-02	-1,99E-03	2,72E-02	-1,13E-02	4,61E-03
23	-5,91E-03	2,08E-02	-1,02E-01	-2,16E-02	1,07E-01	-1,12E-02	-1,91E-03	2,69E-02	-2,99E-02	-1,64E-03
24	-1,59E-02	1,94E-02	-1,15E-01	-3,02E-02	1,10E-01	1,38E-02	1,31E-02	7,25E-02	-9,13E-03	2,55E-02
25	8,85E-04	2,44E-02	-1,05E-01	-1,84E-02	1,16E-01	1,25E-02	2,86E-02	7,33E-02	1,10E-02	3,76E-02
26	-2,51E-03	7,55E-04	-9,39E-02	1,85E-03	1,02E-01	-4,94E-03	7,76E-03	1,67E-02	1,10E-02	1,18E-02
27	-3,11E-03	-4,65E-03	-1,00E-01	6,65E-03	1,08E-01	8,53E-03	2,06E-02	3,25E-02	1,29E-02	2,20E-02
28	-1,25E-02	-2,80E-02	-9,63E-02	2,06E-02	9,41E-02	-1,23E-02	-9,55E-03	6,18E-03	-1,68E-02	-6,73E-03
29	-1,31E-03	-7,76E-02	-8,99E-02	8,14E-02	9,89E-02	-3,13E-02	-1,74E-02	-2,56E-02	-1,25E-03	-1,48E-02
30	6,09E-03	-7,16E-02	-8,95E-02	8,28E-02	1,06E-01	1,66E-02	3,79E-02	1,86E-02	4,07E-02	3,24E-02
31	-1,67E-02	-7,56E-02	-8,83E-02	6,40E-02	8,19E-02	-2,89E-03	-4,39E-03	2,65E-02	1,41E-02	1,21E-02
32	-5,45E-02	-6,96E-02	-8,75E-02	2,02E-02	4,33E-02	4,41E-02	4,81E-03	3,82E-02	3,43E-02	2,58E-02
33	-6,27E-02	-8,80E-02	-9,17E-02	3,04E-02	3,93E-02	3,99E-02	-7,64E-03	3,97E-03	2,72E-02	7,85E-03
34	-5,87E-02	-7,70E-02	-1,31E-01	2,34E-02	8,25E-02	6,92E-03	-3,66E-02	-7,80E-03	-2,24E-02	-2,23E-02
35	-4,19E-02	-6,94E-02	-1,30E-01	3,26E-02	9,83E-02	2,81E-02	1,42E-03	1,62E-02	1,90E-03	6,50E-03
36	-9,47E-02	-8,20E-02	-1,36E-01	-7,55E-03	5,15E-02	2,52E-02	-5,43E-02	-1,78E-02	-3,85E-02	-3,69E-02
37	-7,51E-02	-8,70E-02	-1,48E-01	1,70E-02	8,31E-02	4,30E-02	-1,69E-02	6,86E-03	-1,85E-02	-9,50E-03
38	-7,41E-02	-8,50E-02	-1,53E-01	1,60E-02	8,91E-02	8,12E-02	2,24E-02	4,53E-02	-5,38E-03	2,08E-02
39	-9,15E-02	-8,16E-02	-1,46E-01	-4,75E-03	6,47E-02	9,32E-02	1,69E-02	4,92E-02	-1,03E-02	1,86E-02
40	-7,55E-02	-9,70E-02	-1,45E-01	2,66E-02	8,01E-02	9,88E-02	3,86E-02	6,87E-02	1,18E-02	3,97E-02

41	-8,67E-02	-8,74E-02	-1,37E-01	5,85E-03	6,09E-02	8,30E-02	1,15E-02	3,62E-02	-4,32E-03	1,45E-02
42	-7,21E-02	-9,08E-02	-1,40E-01	2,38E-02	7,85E-02	6,02E-02	3,31E-03	2,17E-02	-8,32E-03	5,55E-03
43	-7,87E-02	-6,80E-02	-1,56E-01	-5,55E-03	8,75E-02	7,66E-02	1,31E-02	3,60E-02	1,91E-03	1,70E-02
44	-6,67E-02	-7,40E-02	-1,54E-01	1,24E-02	9,75E-02	5,52E-02	3,70E-03	2,21E-02	-1,07E-02	5,03E-03
45	-5,27E-02	-8,02E-02	-1,50E-01	3,26E-02	1,07E-01	8,49E-02	4,74E-02	3,35E-02	3,83E-02	3,97E-02
46	-5,59E-02	-7,42E-02	-1,50E-01	2,34E-02	1,05E-01	1,21E-01	8,06E-02	7,87E-02	7,25E-02	7,73E-02
47	-8,99E-02	-7,72E-02	-1,45E-01	-7,55E-03	6,55E-02	1,22E-01	4,71E-02	4,81E-02	5,75E-02	5,09E-02
48	-1,41E-01	-8,76E-02	-1,90E-01	-4,84E-02	5,89E-02	1,57E-01	3,08E-02	4,36E-02	4,22E-02	3,89E-02
49	-1,30E-01	-8,86E-02	-2,19E-01	-3,58E-02	9,95E-02	1,15E-01	3,50E-04	2,48E-02	5,10E-04	8,57E-03
50	-1,31E-01	-7,56E-02	-2,16E-01	-5,04E-02	9,55E-02	1,03E-01	-1,24E-02	1,83E-02	-1,56E-02	-3,27E-03
51	-1,25E-01	-5,42E-02	-2,24E-01	-6,58E-02	1,10E-01	9,50E-02	-1,49E-02	3,74E-02	-2,23E-02	6,88E-05
52	-1,09E-01	-3,60E-02	-2,24E-01	-6,76E-02	1,25E-01	8,71E-02	-6,40E-03	4,02E-02	-3,10E-02	9,41E-04
53	-8,21E-02	-4,80E-02	-2,31E-01	-2,90E-02	1,59E-01	1,05E-01	3,78E-02	6,20E-02	-3,82E-03	3,20E-02
54	-9,75E-02	-5,36E-02	-2,25E-01	-3,88E-02	1,38E-01	1,44E-01	6,16E-02	6,57E-02	4,21E-02	5,65E-02
55	-9,43E-02	-5,50E-02	-2,36E-01	-3,42E-02	1,52E-01	1,16E-01	3,73E-02	5,38E-02	-9,90E-04	3,00E-02
56	-1,03E-01	-5,34E-02	-2,32E-01	-4,42E-02	1,40E-01	1,22E-01	3,48E-02	6,36E-02	1,79E-02	3,88E-02
57	-1,06E-01	-4,20E-02	-2,15E-01	-5,92E-02	1,19E-01	1,04E-01	1,34E-02	4,13E-02	1,95E-02	2,47E-02
58	-9,07E-02	-6,20E-02	-2,10E-01	-2,36E-02	1,30E-01	8,49E-02	9,36E-03	3,05E-02	2,23E-02	2,07E-02
59	-8,51E-02	-8,74E-02	-2,14E-01	7,45E-03	1,39E-01	8,26E-02	1,27E-02	4,66E-02	2,18E-02	2,71E-02
60	-7,55E-02	-8,86E-02	-2,09E-01	1,82E-02	1,44E-01	6,73E-02	6,95E-03	1,77E-02	1,49E-02	1,32E-02
61	-6,69E-02	-8,32E-02	-1,93E-01	2,14E-02	1,37E-01	1,01E-01	4,93E-02	4,25E-02	5,82E-02	5,00E-02
62	-5,87E-02	-8,72E-02	-1,81E-01	3,36E-02	1,33E-01	1,10E-01	6,68E-02	3,56E-02	8,46E-02	6,23E-02
63	-9,15E-02	-8,56E-02	-1,88E-01	-7,53E-04	1,06E-01	9,98E-02	2,35E-02	2,67E-02	4,00E-02	3,01E-02
64	-8,59E-02	-7,44E-02	-2,13E-01	-6,35E-03	1,38E-01	1,08E-01	3,73E-02	6,13E-02	3,46E-02	4,44E-02
65	-9,91E-02	-8,80E-02	-2,19E-01	-5,95E-03	1,30E-01	7,43E-02	-9,56E-03	1,32E-02	-1,17E-02	-2,66E-03
66	-9,15E-02	-8,64E-02	-1,98E-01	4,65E-05	1,16E-01	8,35E-02	7,21E-03	4,69E-02	4,86E-03	1,96E-02
67	-1,17E-01	-8,60E-02	-1,86E-01	-2,60E-02	7,95E-02	1,25E-01	2,31E-02	6,54E-02	1,76E-02	3,54E-02
68	-1,05E-01	-8,84E-02	-1,70E-01	-1,12E-02	7,55E-02	9,73E-02	7,80E-03	5,11E-02	-6,19E-03	1,76E-02
69	-1,04E-01	-9,56E-02	-1,72E-01	-3,15E-03	7,83E-02	1,17E-01	2,80E-02	6,53E-02	1,33E-02	3,55E-02
70	-1,09E-01	-1,07E-01	-1,52E-01	3,25E-03	5,39E-02	1,14E-01	2,03E-02	3,00E-02	1,41E-02	2,15E-02
71	-1,02E-01	-9,36E-02	-1,27E-01	-2,75E-03	3,61E-02	1,03E-01	1,71E-02	4,22E-02	9,31E-03	2,29E-02
72	-1,08E-01	-9,98E-02	-1,18E-01	-2,75E-03	2,01E-02	1,27E-01	3,42E-02	6,19E-02	3,09E-02	4,23E-02
73	-1,14E-01	-1,14E-01	-1,16E-01	4,85E-03	1,19E-02	9,22E-02	-6,86E-03	3,31E-02	-8,20E-03	6,00E-03
74	-1,07E-01	-1,24E-01	-9,91E-02	2,20E-02	2,33E-03	1,24E-01	3,24E-02	6,78E-02	3,50E-02	4,51E-02
75	-1,01E-01	-1,69E-01	-8,61E-02	7,36E-02	-4,07E-03	1,42E-01	5,71E-02	5,75E-02	7,12E-02	6,19E-02
76	-1,12E-01	-1,78E-01	-6,83E-02	7,10E-02	-3,37E-02	1,30E-01	3,34E-02	2,83E-02	5,45E-02	3,87E-02
77	-9,57E-02	-1,74E-01	-5,33E-02	8,30E-02	-3,21E-02	1,52E-01	7,15E-02	6,22E-02	9,14E-02	7,50E-02
78	-9,43E-02	-1,80E-01	-7,37E-02	9,12E-02	-1,03E-02	1,28E-01	4,87E-02	4,27E-02	4,88E-02	4,67E-02
79	-1,39E-01	-1,88E-01	-1,09E-01	5,40E-02	-1,95E-02	1,27E-01	2,94E-03	1,65E-02	2,92E-03	7,46E-03
80	-1,62E-01	-1,92E-01	-1,04E-01	3,54E-02	-4,73E-02	1,53E-01	6,17E-03	1,38E-02	1,50E-02	1,17E-02
81	-1,53E-01	-1,78E-01	-8,35E-02	3,04E-02	-5,93E-02	1,38E-01	1,72E-04	1,79E-02	7,95E-03	8,68E-03
82	-1,66E-01	-1,69E-01	-8,75E-02	7,65E-03	-6,83E-02	1,83E-01	3,19E-02	6,23E-02	2,79E-02	4,07E-02
83	-1,63E-01	-1,98E-01	-7,59E-02	4,02E-02	-7,65E-02	2,17E-01	7,00E-02	7,31E-02	5,93E-02	6,74E-02
84	-1,71E-01	-1,93E-01	-6,05E-02	2,72E-02	-1,00E-01	1,97E-01	4,16E-02	4,56E-02	4,30E-02	4,34E-02
85	-1,81E-01	-1,93E-01	-5,11E-02	1,76E-02	-1,19E-01	2,27E-01	6,13E-02	6,04E-02	6,42E-02	6,20E-02
86	-1,79E-01	-1,86E-01	-4,55E-02	1,26E-02	-1,23E-01	2,14E-01	5,06E-02	5,19E-02	4,34E-02	4,86E-02

87	-1,68E-01	-1,75E-01	-5,55E-02	1,20E-02	-1,02E-01	1,96E-01	4,26E-02	6,15E-02	3,41E-02	4,61E-02
88	-1,63E-01	-1,74E-01	-4,51E-02	1,64E-02	-1,08E-01	1,97E-01	4,90E-02	6,50E-02	3,32E-02	4,90E-02
89	-1,69E-01	-2,00E-01	-6,57E-02	3,64E-02	-9,27E-02	1,87E-01	3,38E-02	2,78E-02	3,30E-02	3,16E-02
90	-1,69E-01	-2,13E-01	-4,19E-02	4,90E-02	-1,17E-01	2,22E-01	6,78E-02	4,19E-02	8,25E-02	6,41E-02
91	-1,74E-01	-2,08E-01	-2,43E-02	3,86E-02	-1,39E-01	2,62E-01	1,03E-01	6,20E-02	1,28E-01	9,75E-02
92	-1,75E-01	-1,97E-01	-5,87E-02	2,74E-02	-1,06E-01	2,30E-01	7,01E-02	3,41E-02	7,17E-02	5,86E-02
93	-1,91E-01	-1,93E-01	-8,49E-02	7,85E-03	-9,53E-02	2,45E-01	6,93E-02	5,83E-02	6,26E-02	6,34E-02
94	-2,04E-01	-1,80E-01	-7,17E-02	-1,88E-02	-1,22E-01	2,29E-01	4,04E-02	3,13E-02	5,69E-02	4,29E-02
95	-2,17E-01	-1,71E-01	-8,75E-02	-4,08E-02	-1,19E-01	2,27E-01	2,56E-02	3,50E-02	4,80E-02	3,62E-02
96	-2,04E-01	-1,60E-01	-7,15E-02	-3,90E-02	-1,22E-01	2,30E-01	4,15E-02	4,78E-02	6,02E-02	4,98E-02
97	-2,01E-01	-1,46E-01	-6,55E-02	-4,96E-02	-1,25E-01	2,19E-01	3,33E-02	2,16E-02	4,70E-02	3,39E-02
98	-1,98E-01	-1,32E-01	-7,49E-02	-6,04E-02	-1,12E-01	2,46E-01	6,38E-02	5,70E-02	5,35E-02	5,81E-02
99	-2,09E-01	-1,13E-01	-7,35E-02	-9,02E-02	-1,25E-01	2,61E-01	6,71E-02	5,69E-02	5,40E-02	5,93E-02
100	-1,91E-01	-1,12E-01	-5,59E-02	-7,40E-02	-1,24E-01	2,22E-01	4,68E-02	2,89E-02	4,54E-02	4,04E-02
101	-1,95E-01	-9,50E-02	-4,83E-02	-9,46E-02	-1,36E-01	2,43E-01	6,30E-02	5,72E-02	5,50E-02	5,84E-02
102	-1,90E-01	-8,80E-02	-5,09E-02	-9,72E-02	-1,29E-01	2,02E-01	2,72E-02	2,35E-02	1,97E-02	2,35E-02
103	-1,58E-01	-7,02E-02	-3,75E-02	-8,24E-02	-1,10E-01	1,97E-01	5,47E-02	6,77E-02	4,88E-02	5,71E-02
104	-1,37E-01	-9,04E-02	-3,79E-02	-4,12E-02	-8,85E-02	1,99E-01	7,73E-02	7,07E-02	8,46E-02	7,75E-02
105	-1,22E-01	-1,07E-01	-2,89E-02	-1,06E-02	-8,31E-02	1,59E-01	5,15E-02	2,01E-02	5,71E-02	4,29E-02
106	-1,22E-01	-9,00E-02	-4,99E-02	-2,64E-02	-6,13E-02	1,80E-01	7,37E-02	5,85E-02	6,75E-02	6,66E-02
107	-1,28E-01	-8,76E-02	-4,87E-02	-3,54E-02	-6,91E-02	1,61E-01	4,84E-02	3,87E-02	4,17E-02	4,30E-02
108	-1,09E-01	-8,20E-02	-6,19E-02	-2,16E-02	-3,65E-02	1,31E-01	3,80E-02	3,41E-02	1,62E-02	2,94E-02
109	-1,10E-01	-6,36E-02	-5,69E-02	-4,14E-02	-4,29E-02	1,43E-01	4,83E-02	5,94E-02	2,82E-02	4,53E-02
110	-1,01E-01	-6,10E-02	-5,13E-02	-3,46E-02	-3,91E-02	1,03E-01	1,71E-02	3,43E-02	-5,18E-03	1,54E-02
111	-1,20E-01	-7,16E-02	-2,83E-02	-4,28E-02	-8,09E-02	1,29E-01	2,46E-02	4,76E-02	1,73E-02	2,98E-02
112	-1,19E-01	-6,86E-02	-1,71E-02	-4,54E-02	-9,17E-02	1,52E-01	4,83E-02	7,04E-02	3,37E-02	5,08E-02
113	-9,37E-02	-6,36E-02	-2,31E-03	-2,50E-02	-8,11E-02	1,18E-01	3,92E-02	4,38E-02	2,44E-02	3,58E-02
114	-1,04E-01	-6,56E-02	1,67E-02	-3,34E-02	-1,10E-01	1,40E-01	5,06E-02	5,36E-02	5,23E-02	5,22E-02
115	-9,87E-02	-6,92E-02	2,73E-02	-2,44E-02	-1,16E-01	1,17E-01	3,38E-02	2,35E-02	3,45E-02	3,06E-02
116	-8,61E-02	-6,74E-02	4,25E-02	-1,36E-02	-1,18E-01	1,07E-01	3,62E-02	2,61E-02	4,24E-02	3,49E-02
117	-9,59E-02	-4,76E-02	6,65E-02	-4,32E-02	-1,52E-01	1,14E-01	3,33E-02	3,46E-02	5,19E-02	3,99E-02
118	-8,23E-02	-5,64E-02	6,29E-02	-2,08E-02	-1,35E-01	8,63E-02	1,92E-02	4,62E-02	1,73E-02	2,76E-02
119	-8,67E-02	-6,76E-02	7,27E-02	-1,40E-02	-1,49E-01	1,10E-01	3,87E-02	6,07E-02	3,57E-02	4,50E-02
120	-8,83E-02	-1,00E-01	8,61E-02	1,68E-02	-1,64E-01	1,30E-01	5,69E-02	5,57E-02	6,96E-02	6,07E-02
121	-8,11E-02	-9,78E-02	8,61E-02	2,18E-02	-1,57E-01	9,84E-02	3,25E-02	3,65E-02	3,44E-02	3,45E-02
122	-6,63E-02	-8,20E-02	6,83E-02	2,08E-02	-1,24E-01	1,10E-01	5,91E-02	6,94E-02	5,48E-02	6,11E-02
123	-4,61E-02	-8,24E-02	6,97E-02	4,14E-02	-1,05E-01	8,37E-02	5,28E-02	5,01E-02	3,80E-02	4,70E-02
124	-5,39E-02	-9,76E-02	7,21E-02	4,88E-02	-1,16E-01	8,45E-02	4,58E-02	4,17E-02	3,12E-02	3,96E-02
125	-5,13E-02	-9,34E-02	8,57E-02	4,72E-02	-1,27E-01	7,32E-02	3,71E-02	4,22E-02	1,75E-02	3,22E-02
126	-9,51E-02	-8,04E-02	8,59E-02	-9,55E-03	-1,71E-01	9,36E-02	1,37E-02	3,59E-02	1,75E-02	2,24E-02
127	-1,08E-01	-8,30E-02	1,06E-01	-2,02E-02	-2,04E-01	1,19E-01	2,62E-02	4,92E-02	3,98E-02	3,84E-02
128	-1,04E-01	-6,34E-02	1,48E-01	-3,58E-02	-2,42E-01	1,47E-01	5,76E-02	6,79E-02	7,06E-02	6,54E-02
129	-1,12E-01	-8,42E-02	1,46E-01	-2,24E-02	-2,47E-01	1,25E-01	2,88E-02	2,09E-02	4,24E-02	3,07E-02
130	-1,11E-01	-6,32E-02	1,26E-01	-4,24E-02	-2,27E-01	1,42E-01	4,69E-02	4,39E-02	5,34E-02	4,81E-02
131	-1,34E-01	-6,44E-02	1,40E-01	-6,48E-02	-2,64E-01	1,23E-01	4,39E-03	1,00E-02	1,26E-02	9,00E-03
132	-1,18E-01	-5,70E-02	1,38E-01	-5,58E-02	-2,46E-01	1,30E-01	2,77E-02	3,31E-02	4,05E-02	3,38E-02

133	-1,07E-01	-5,66E-02	1,27E-01	-4,50E-02	-2,24E-01	1,27E-01	3,51E-02	6,97E-02	2,43E-02	4,31E-02
134	-1,16E-01	-6,00E-02	1,38E-01	-5,12E-02	-2,44E-01	1,07E-01	6,22E-03	2,99E-02	1,84E-02	1,82E-02
135	-1,10E-01	-9,36E-02	1,44E-01	-1,12E-02	-2,43E-01	1,23E-01	2,85E-02	2,76E-02	4,21E-02	3,28E-02
136	-1,02E-01	-7,12E-02	1,56E-01	-2,54E-02	-2,47E-01	1,22E-01	3,58E-02	2,31E-02	4,58E-02	3,49E-02
137	-8,53E-02	-7,26E-02	1,32E-01	-7,55E-03	-2,07E-01	9,61E-02	2,60E-02	9,30E-03	3,34E-02	2,29E-02
138	-7,97E-02	-6,92E-02	1,07E-01	-5,35E-03	-1,77E-01	9,82E-02	3,37E-02	1,97E-02	3,66E-02	3,00E-02
139	-8,31E-02	-5,52E-02	1,08E-01	-2,28E-02	-1,81E-01	6,54E-02	-2,46E-03	-5,23E-03	-1,58E-03	-3,09E-03
140	-8,51E-02	-4,50E-02	1,18E-01	-3,50E-02	-1,92E-01	8,12E-02	1,13E-02	4,44E-03	1,76E-02	1,11E-02
141	-1,21E-01	-2,78E-02	1,36E-01	-8,82E-02	-2,46E-01	1,17E-01	1,14E-02	2,68E-02	3,80E-02	2,54E-02
142	-1,11E-01	-2,54E-02	1,30E-01	-8,02E-02	-2,30E-01	8,09E-02	-1,46E-02	5,18E-03	-5,10E-03	-4,85E-03
143	-1,14E-01	-2,64E-02	1,34E-01	-8,28E-02	-2,38E-01	1,12E-01	1,32E-02	1,31E-02	6,09E-03	1,08E-02
144	-9,99E-02	-1,84E-02	1,30E-01	-7,64E-02	-2,19E-01	8,53E-02	5,96E-04	-7,30E-03	-1,09E-02	-5,88E-03
145	-6,85E-02	-8,05E-03	1,50E-01	-5,54E-02	-2,08E-01	7,29E-02	1,96E-02	-4,29E-03	4,97E-03	6,77E-03
146	-6,57E-02	1,68E-02	1,44E-01	-7,74E-02	-1,99E-01	7,99E-02	2,94E-02	6,08E-03	1,87E-02	1,81E-02
147	-5,75E-02	2,56E-02	1,51E-01	-7,80E-02	-1,98E-01	4,10E-02	-1,32E-03	-1,62E-02	-1,15E-02	-9,66E-03
148	-3,87E-02	3,36E-02	1,62E-01	-6,72E-02	-1,90E-01	4,04E-02	1,69E-02	4,07E-04	1,93E-02	1,22E-02
149	-1,53E-02	5,40E-02	1,89E-01	-6,42E-02	-1,94E-01	4,56E-02	4,55E-02	4,13E-02	5,06E-02	4,58E-02
150	-2,59E-02	5,96E-02	1,81E-01	-8,04E-02	-1,97E-01	2,16E-02	1,09E-02	1,18E-02	1,50E-02	1,26E-02
151	-7,31E-03	4,34E-02	1,87E-01	-4,56E-02	-1,84E-01	3,05E-02	3,84E-02	3,37E-02	4,46E-02	3,89E-02
152	2,29E-03	4,84E-02	1,67E-01	-4,10E-02	-1,54E-01	2,11E-03	1,96E-02	2,06E-02	1,15E-02	1,72E-02
153	-7,91E-03	3,14E-02	1,40E-01	-3,42E-02	-1,37E-01	-5,28E-03	2,02E-03	-5,60E-03	-8,08E-03	-3,89E-03
154	-4,71E-03	4,24E-02	1,48E-01	-4,20E-02	-1,42E-01	-1,97E-02	-9,21E-03	-2,20E-02	-1,15E-03	-1,08E-02
155	1,91E-02	4,78E-02	1,47E-01	-2,36E-02	-1,17E-01	-5,08E-02	-1,64E-02	-1,67E-02	-3,29E-02	-2,20E-02
156	2,81E-02	6,40E-02	1,40E-01	-3,08E-02	-1,01E-01	-4,22E-02	1,12E-03	1,56E-03	-1,89E-02	-5,42E-03
157	-2,71E-03	6,14E-02	1,92E-01	-5,90E-02	-1,84E-01	-2,17E-02	-9,18E-03	-1,22E-02	2,29E-03	-6,38E-03
158	1,03E-02	7,34E-02	1,89E-01	-5,80E-02	-1,68E-01	-5,68E-02	-3,13E-02	-2,61E-02	-3,37E-02	-3,04E-02
159	1,73E-02	7,88E-02	1,98E-01	-5,64E-02	-1,70E-01	-1,87E-02	1,38E-02	9,58E-03	9,10E-03	1,08E-02
160	1,91E-02	1,13E-01	2,08E-01	-8,90E-02	-1,78E-01	-3,68E-02	-2,53E-03	-1,05E-02	-8,46E-03	-7,16E-03
161	3,81E-02	7,96E-02	2,18E-01	-3,64E-02	-1,70E-01	-4,60E-02	7,31E-03	-1,45E-02	6,96E-03	-8,24E-05
162	4,75E-02	7,66E-02	1,74E-01	-2,40E-02	-1,16E-01	-7,34E-02	-1,07E-02	-2,27E-02	-3,10E-02	-2,15E-02
163	5,75E-02	1,01E-01	2,56E-01	-3,82E-02	-1,88E-01	-7,35E-02	-8,04E-04	-1,46E-02	1,66E-02	3,95E-04
164	6,33E-02	1,17E-01	2,31E-01	-4,84E-02	-1,57E-01	-7,14E-02	7,07E-03	1,91E-02	9,12E-03	1,18E-02
165	5,57E-02	8,02E-02	2,61E-01	-1,94E-02	-1,95E-01	-8,26E-02	-1,17E-02	-2,58E-02	1,23E-02	-8,41E-03
166	6,05E-02	5,82E-02	2,41E-01	7,45E-03	-1,70E-01	-1,08E-01	-3,28E-02	-3,63E-02	-1,05E-02	-2,65E-02
167	6,53E-02	7,20E-02	2,19E-01	-1,55E-03	-1,43E-01	-7,82E-02	2,29E-03	5,15E-03	1,71E-03	3,05E-03
168	7,09E-02	6,34E-02	1,90E-01	1,26E-02	-1,09E-01	-1,33E-01	-4,66E-02	-4,24E-02	-5,05E-02	-4,65E-02
169	8,01E-02	7,48E-02	2,34E-01	1,04E-02	-1,43E-01	-1,03E-01	-7,81E-03	-2,14E-02	-3,16E-03	-1,08E-02
170	8,97E-02	7,10E-02	2,13E-01	2,38E-02	-1,13E-01	-1,08E-01	-3,40E-03	-2,28E-02	-6,77E-03	-1,10E-02
171	6,13E-02	8,48E-02	1,99E-01	-1,84E-02	-1,27E-01	-1,24E-01	-4,79E-02	-4,66E-02	-5,09E-02	-4,84E-02
172	4,07E-02	9,30E-02	2,07E-01	-4,72E-02	-1,56E-01	-1,07E-01	-5,08E-02	-3,12E-02	-4,49E-02	-4,23E-02
173	5,91E-02	1,08E-01	1,96E-01	-4,42E-02	-1,27E-01	-1,15E-01	-4,07E-02	-2,84E-02	-5,72E-02	-4,21E-02
174	4,47E-02	1,08E-01	2,08E-01	-5,82E-02	-1,53E-01	-1,03E-01	-4,35E-02	-3,33E-02	-4,99E-02	-4,23E-02
175	4,97E-02	1,18E-01	2,08E-01	-6,32E-02	-1,48E-01	-7,58E-02	-1,09E-02	-3,53E-03	-1,26E-02	-9,01E-03
176	6,17E-02	1,11E-01	2,28E-01	-4,40E-02	-1,56E-01	-1,15E-01	-3,79E-02	-4,79E-02	-2,29E-02	-3,62E-02
177	7,87E-02	1,16E-01	2,35E-01	-3,26E-02	-1,46E-01	-1,05E-01	-1,13E-02	-2,21E-02	-7,72E-03	-1,37E-02
178	6,97E-02	1,32E-01	2,36E-01	-5,76E-02	-1,56E-01	-1,03E-01	-1,79E-02	-1,87E-03	-2,69E-02	-1,55E-02

179	7,77E-02	1,35E-01	2,21E-01	-5,24E-02	-1,33E-01	-1,40E-01	-4,74E-02	-2,72E-02	-5,68E-02	-4,38E-02
180	8,59E-02	1,04E-01	2,27E-01	-1,30E-02	-1,31E-01	-1,33E-01	-3,20E-02	-3,44E-02	-1,71E-02	-2,79E-02
181	8,97E-02	1,02E-01	1,83E-01	-7,15E-03	-8,29E-02	-1,46E-01	-4,09E-02	-4,94E-02	-3,15E-02	-4,06E-02
182	1,01E-01	1,12E-01	1,62E-01	-6,35E-03	-5,05E-02	-1,50E-01	-3,42E-02	-3,15E-02	-4,12E-02	-3,56E-02
183	9,99E-02	1,29E-01	1,62E-01	-2,40E-02	-5,15E-02	-1,31E-01	-1,54E-02	-1,64E-02	-1,77E-02	-1,65E-02
184	1,15E-01	1,36E-01	1,31E-01	-1,58E-02	-5,87E-03	-1,68E-01	-3,76E-02	-4,00E-02	-5,55E-02	-4,44E-02
185	1,13E-01	1,48E-01	1,46E-01	-2,98E-02	-2,21E-02	-1,48E-01	-1,90E-02	-6,58E-03	-3,99E-02	-2,18E-02
186	9,21E-02	1,47E-01	2,03E-01	-5,00E-02	-1,00E-01	-1,43E-01	-3,60E-02	-3,84E-02	-1,25E-02	-2,89E-02
187	8,91E-02	1,48E-01	1,71E-01	-5,34E-02	-7,17E-02	-1,71E-01	-6,71E-02	-7,09E-02	-3,90E-02	-5,90E-02
188	1,10E-01	1,62E-01	1,58E-01	-4,60E-02	-3,73E-02	-1,47E-01	-2,17E-02	-2,35E-02	-1,59E-02	-2,04E-02
189	1,01E-01	1,58E-01	1,23E-01	-5,16E-02	-1,17E-02	-1,60E-01	-4,39E-02	-5,43E-02	-5,01E-02	-4,94E-02
190	1,09E-01	1,67E-01	1,40E-01	-5,28E-02	-2,07E-02	-1,53E-01	-2,82E-02	-3,99E-02	-2,40E-02	-3,07E-02
191	1,21E-01	1,82E-01	1,57E-01	-5,64E-02	-2,63E-02	-1,54E-01	-1,83E-02	-1,88E-02	-1,07E-02	-1,59E-02
192	1,24E-01	1,85E-01	1,27E-01	-5,56E-02	7,13E-03	-1,85E-01	-4,55E-02	-5,08E-02	-5,90E-02	-5,18E-02
193	1,28E-01	1,86E-01	1,67E-01	-5,36E-02	-2,87E-02	-1,64E-01	-2,09E-02	-3,17E-02	-1,76E-02	-2,34E-02
194	1,27E-01	1,92E-01	1,86E-01	-5,90E-02	-4,87E-02	-1,95E-01	-5,18E-02	-5,29E-02	-4,17E-02	-4,88E-02
195	1,38E-01	1,64E-01	1,47E-01	-2,10E-02	1,73E-03	-2,28E-01	-7,40E-02	-8,29E-02	-7,12E-02	-7,61E-02
196	1,36E-01	1,58E-01	1,27E-01	-1,70E-02	1,97E-02	-1,94E-01	-4,26E-02	-5,49E-02	-3,69E-02	-4,48E-02
197	1,45E-01	1,53E-01	1,10E-01	-2,35E-03	4,59E-02	-2,21E-01	-6,08E-02	-8,39E-02	-5,40E-02	-6,62E-02
198	1,54E-01	1,55E-01	1,23E-01	4,65E-03	4,19E-02	-2,16E-01	-4,68E-02	-7,82E-02	-2,74E-02	-5,08E-02
199	1,78E-01	1,68E-01	1,37E-01	1,50E-02	5,07E-02	-2,10E-01	-1,71E-02	-4,76E-02	-7,52E-03	-2,41E-02
200	1,72E-01	1,69E-01	1,36E-01	8,05E-03	4,69E-02	-2,45E-01	-5,71E-02	-7,67E-02	-2,55E-02	-5,31E-02
201	1,72E-01	1,80E-01	1,33E-01	-2,35E-03	4,93E-02	-2,27E-01	-3,94E-02	-6,77E-02	-2,00E-02	-4,24E-02
202	1,45E-01	1,62E-01	1,10E-01	-1,20E-02	4,51E-02	-2,54E-01	-9,34E-02	-8,74E-02	-7,65E-02	-8,58E-02
203	1,52E-01	1,60E-01	9,71E-02	-2,55E-03	6,55E-02	-2,56E-01	-8,88E-02	-9,38E-02	-7,05E-02	-8,44E-02
204	1,59E-01	1,67E-01	9,97E-02	-3,15E-03	6,95E-02	-2,22E-01	-4,82E-02	-4,96E-02	-5,97E-02	-5,25E-02
205	1,52E-01	1,54E-01	1,04E-01	4,05E-03	5,91E-02	-2,46E-01	-7,80E-02	-9,35E-02	-8,96E-02	-8,70E-02
206	1,51E-01	1,65E-01	8,25E-02	-8,35E-03	7,93E-02	-2,42E-01	-7,53E-02	-7,36E-02	-1,04E-01	-8,42E-02
207	1,41E-01	1,74E-01	9,47E-02	-2,80E-02	5,65E-02	-2,25E-01	-6,85E-02	-8,51E-02	-8,58E-02	-7,98E-02
208	1,41E-01	1,64E-01	9,49E-02	-1,76E-02	5,67E-02	-2,55E-01	-9,86E-02	-1,10E-01	-1,10E-01	-1,06E-01
209	1,63E-01	1,59E-01	8,33E-02	9,05E-03	8,99E-02	-2,57E-01	-7,86E-02	-8,16E-02	-9,79E-02	-8,60E-02
210	1,66E-01	1,40E-01	9,65E-02	3,10E-02	7,97E-02	-2,58E-01	-7,73E-02	-7,06E-02	-9,45E-02	-8,08E-02
211	1,61E-01	1,20E-01	7,97E-02	4,62E-02	9,19E-02	-2,63E-01	-8,63E-02	-7,88E-02	-1,05E-01	-9,00E-02
212	1,61E-01	1,10E-01	1,14E-01	5,68E-02	5,73E-02	-2,26E-01	-4,93E-02	-6,60E-02	-3,56E-02	-5,03E-02
213	1,54E-01	8,92E-02	6,73E-02	6,96E-02	9,67E-02	-2,56E-01	-8,72E-02	-9,35E-02	-8,13E-02	-8,73E-02
214	1,45E-01	1,08E-01	3,47E-02	4,20E-02	1,21E-01	-2,48E-01	-8,75E-02	-7,38E-02	-9,58E-02	-8,57E-02
215	1,50E-01	8,44E-02	3,61E-02	7,12E-02	1,25E-01	-2,68E-01	-1,02E-01	-1,27E-01	-1,03E-01	-1,11E-01
216	1,58E-01	8,70E-02	4,01E-02	7,62E-02	1,28E-01	-2,83E-01	-1,10E-01	-1,19E-01	-1,21E-01	-1,17E-01
217	1,30E-01	7,98E-02	2,41E-02	5,58E-02	1,17E-01	-2,50E-01	-1,04E-01	-9,04E-02	-1,05E-01	-9,99E-02
218	1,01E-01	9,80E-02	1,21E-02	8,05E-03	9,91E-02	-2,20E-01	-1,03E-01	-7,15E-02	-1,19E-01	-9,81E-02
219	1,12E-01	9,24E-02	1,37E-02	2,50E-02	1,09E-01	-2,08E-01	-8,05E-02	-6,82E-02	-9,24E-02	-8,04E-02
220	1,03E-01	8,24E-02	2,97E-02	2,60E-02	8,39E-02	-1,85E-01	-6,61E-02	-8,19E-02	-6,93E-02	-7,24E-02
221	1,01E-01	9,32E-02	2,57E-02	1,32E-02	8,59E-02	-1,92E-01	-7,52E-02	-8,92E-02	-8,54E-02	-8,33E-02
222	9,21E-02	9,08E-02	3,05E-02	6,45E-03	7,19E-02	-1,91E-01	-8,35E-02	-8,97E-02	-8,44E-02	-8,59E-02
223	9,75E-02	1,05E-01	5,01E-02	-2,55E-03	5,77E-02	-2,20E-01	-1,08E-01	-1,19E-01	-9,71E-02	-1,08E-01
224	9,69E-02	1,05E-01	5,07E-02	-2,55E-03	5,65E-02	-2,15E-01	-1,03E-01	-1,10E-01	-7,80E-02	-9,69E-02

225	9,73E-02	1,07E-01	2,41E-02	-4,15E-03	8,35E-02	-1,79E-01	-6,67E-02	-5,34E-02	-6,07E-02	-6,02E-02
226	9,23E-02	1,00E-01	2,53E-02	-2,55E-03	7,73E-02	-1,79E-01	-7,10E-02	-5,99E-02	-5,65E-02	-6,24E-02
227	9,99E-02	8,52E-02	-2,71E-03	1,98E-02	1,13E-01	-1,70E-01	-5,45E-02	-6,10E-02	-3,16E-02	-4,90E-02
228	1,05E-01	6,04E-02	-2,71E-03	5,00E-02	1,18E-01	-1,73E-01	-5,28E-02	-8,08E-02	-3,30E-02	-5,55E-02
229	1,16E-01	4,46E-02	-4,33E-02	7,66E-02	1,70E-01	-1,91E-01	-6,01E-02	-1,13E-01	-3,50E-02	-6,93E-02
230	1,25E-01	5,56E-02	-2,23E-02	7,48E-02	1,58E-01	-1,89E-01	-4,90E-02	-9,40E-02	-6,92E-03	-5,00E-02
231	1,33E-01	7,60E-02	-2,79E-02	6,24E-02	1,72E-01	-2,33E-01	-8,48E-02	-1,07E-01	-6,43E-02	-8,53E-02
232	1,25E-01	6,18E-02	-6,73E-02	6,82E-02	2,03E-01	-2,23E-01	-8,32E-02	-1,02E-01	-6,82E-02	-8,44E-02
233	8,63E-02	8,18E-02	-5,25E-02	9,65E-03	1,49E-01	-1,69E-01	-6,75E-02	-7,38E-02	-4,21E-02	-6,11E-02
234	7,79E-02	8,84E-02	-1,71E-02	-5,35E-03	1,05E-01	-1,69E-01	-7,57E-02	-1,01E-01	-3,25E-02	-6,98E-02
235	8,11E-02	1,04E-01	-6,11E-02	-1,76E-02	1,53E-01	-1,55E-01	-5,89E-02	-7,86E-02	-2,62E-02	-5,46E-02
236	9,57E-02	1,09E-01	-7,95E-02	-8,55E-03	1,86E-01	-1,50E-01	-3,93E-02	-6,72E-02	-2,96E-02	-4,54E-02
237	8,41E-02	1,01E-01	-7,79E-02	-1,16E-02	1,72E-01	-1,66E-01	-6,70E-02	-9,99E-02	-5,52E-02	-7,40E-02
238	9,65E-02	1,05E-01	-1,08E-01	-3,15E-03	2,15E-01	-1,59E-01	-4,69E-02	-7,26E-02	-4,68E-02	-5,54E-02
239	9,65E-02	9,92E-02	-9,37E-02	2,45E-03	2,01E-01	-1,92E-01	-8,00E-02	-8,79E-02	-7,71E-02	-8,17E-02
240	1,09E-01	1,15E-01	-9,47E-02	-5,53E-04	2,14E-01	-1,73E-01	-4,83E-02	-6,59E-02	-3,12E-02	-4,85E-02
241	1,25E-01	8,26E-02	-6,77E-02	4,74E-02	2,03E-01	-1,65E-01	-2,45E-02	-6,34E-02	-3,29E-03	-3,04E-02
242	1,32E-01	7,64E-02	-1,19E-01	6,06E-02	2,61E-01	-1,98E-01	-5,13E-02	-6,83E-02	-7,13E-02	-6,36E-02
243	1,43E-01	6,84E-02	-1,41E-01	7,96E-02	2,94E-01	-1,91E-01	-3,33E-02	-5,83E-02	-5,67E-02	-4,94E-02
244	1,40E-01	5,88E-02	-1,35E-01	8,62E-02	2,86E-01	-1,86E-01	-3,05E-02	-7,68E-02	-2,94E-02	-4,56E-02
245	1,44E-01	6,00E-02	-1,24E-01	8,88E-02	2,78E-01	-2,10E-01	-5,08E-02	-9,72E-02	-4,84E-02	-6,55E-02
246	1,42E-01	4,44E-02	-1,32E-01	1,03E-01	2,85E-01	-1,86E-01	-2,87E-02	-8,12E-02	-2,12E-02	-4,37E-02
247	1,49E-01	5,58E-02	-1,05E-01	9,86E-02	2,65E-01	-1,96E-01	-3,16E-02	-7,17E-02	-1,65E-02	-4,00E-02
248	1,64E-01	6,34E-02	-1,36E-01	1,06E-01	3,11E-01	-1,90E-01	-1,02E-02	-3,88E-02	-1,79E-02	-2,23E-02
249	1,42E-01	6,94E-02	-1,11E-01	7,80E-02	2,64E-01	-1,55E-01	2,47E-03	-2,57E-02	5,37E-03	-5,95E-03
250	1,32E-01	9,46E-02	-9,27E-02	4,24E-02	2,35E-01	-1,54E-01	-6,60E-03	-1,26E-02	-1,16E-02	-1,03E-02
251	1,19E-01	9,64E-02	-7,61E-02	2,76E-02	2,05E-01	-1,36E-01	-1,55E-03	-1,47E-02	-2,17E-02	-1,27E-02
252	1,41E-01	8,10E-02	-7,31E-02	6,50E-02	2,24E-01	-1,45E-01	1,15E-02	-6,23E-02	3,79E-02	-4,31E-03
253	1,40E-01	7,40E-02	-6,71E-02	7,14E-02	2,18E-01	-1,66E-01	-1,07E-02	-5,08E-02	-2,83E-02	-3,00E-02
254	1,33E-01	5,68E-02	-7,41E-02	8,14E-02	2,18E-01	-1,35E-01	1,37E-02	-2,41E-02	-2,59E-03	-4,35E-03
255	1,16E-01	2,08E-02	-6,15E-02	1,01E-01	1,88E-01	-1,37E-01	-4,84E-03	-5,71E-02	-8,55E-03	-2,35E-02
256	1,42E-01	1,40E-02	-6,89E-02	1,34E-01	2,22E-01	-1,11E-01	4,65E-02	-1,10E-02	6,35E-02	3,30E-02
257	1,21E-01	-1,08E-02	-4,75E-02	1,37E-01	1,79E-01	-1,04E-01	3,20E-02	-3,73E-02	7,00E-02	2,16E-02
258	1,41E-01	1,55E-04	-8,19E-02	1,46E-01	2,33E-01	-1,16E-01	4,01E-02	1,23E-02	5,17E-02	3,47E-02
259	1,22E-01	-1,42E-02	-1,06E-01	1,41E-01	2,38E-01	-1,20E-01	1,68E-02	5,04E-03	1,45E-02	1,21E-02
260	1,17E-01	-2,74E-02		1,50E-01		-1,52E-01	-1,98E-02	-5,99E-02		-3,99E-02
261	9,05E-02	-3,72E-02		1,33E-01		-1,34E-01	-2,81E-02	-3,42E-02		-3,11E-02
262	1,00E-01	-4,00E-02		1,45E-01		-8,99E-02	2,54E-02	-2,58E-02		-2,05E-04
263	7,19E-02	-4,56E-02		1,23E-01		-8,69E-02	1,98E-04	-5,71E-02		-2,85E-02
264	4,97E-02	-5,50E-02		1,10E-01		-3,40E-02	3,09E-02	-1,63E-02		7,31E-03
265	2,39E-02	-5,30E-02		8,20E-02		-3,55E-02	3,63E-03	7,07E-04		2,17E-03
266	8,49E-03	-5,04E-02		6,40E-02		3,15E-03	2,69E-02	-2,38E-02		1,53E-03
267	1,29E-02	-3,60E-02		5,40E-02		1,02E-02	3,83E-02	2,88E-02		3,36E-02
268	2,69E-02	-3,84E-02		7,04E-02		-4,15E-02	5,94E-04	-1,80E-02		-8,68E-03
269	1,29E-02	-3,00E-02		4,80E-02		-6,00E-03	2,21E-02	3,73E-02		2,97E-02
270	1,69E-02	-2,84E-02		5,04E-02		5,22E-03	3,73E-02	3,99E-02		3,86E-02

271	1,89E-02	-3,20E-02		5,60E-02		-2,05E-02	1,36E-02	1,95E-02		1,65E-02
272	2,69E-03	-2,22E-02		3,00E-02		2,97E-02	4,76E-02	6,57E-02		5,67E-02
273	1,37E-02	-5,34E-02		7,22E-02		4,47E-02	7,36E-02	5,63E-02		6,50E-02
274	8,85E-04	-4,40E-02		5,00E-02		1,76E-02	3,37E-02	3,58E-02		3,47E-02
275	2,45E-02	-2,64E-02		5,60E-02		5,58E-02	9,55E-02	8,86E-02		9,20E-02
276	1,45E-02	-2,04E-02		4,00E-02		1,14E-02	4,12E-02	7,18E-02		5,65E-02
277	2,69E-02	2,02E-02		1,18E-02		5,84E-02	1,00E-01	1,42E-01		1,21E-01
278	4,07E-02	7,35E-03		3,84E-02		5,93E-02	1,15E-01	1,28E-01		1,22E-01
279	3,39E-02	-4,45E-03		4,34E-02		4,25E-02	9,16E-02	8,05E-02		8,61E-02
280	1,63E-02	4,92E-02		-2,78E-02		7,89E-02	1,10E-01	1,07E-01		1,09E-01
281	4,47E-02	1,56E-02		3,42E-02		1,01E-01	1,61E-01	1,30E-01		1,46E-01
282	8,49E-03	4,84E-02		-3,48E-02		7,08E-02	9,45E-02	9,10E-02		9,27E-02
283	-1,11E-03	2,72E-02		-2,32E-02		1,06E-01	1,20E-01	1,03E-01		1,11E-01
284	2,35E-02	8,72E-02		-5,86E-02		8,32E-02	1,22E-01	1,44E-01		1,33E-01
285	8,09E-02	9,80E-02		-1,20E-02		1,13E-01	2,09E-01	2,34E-01		2,22E-01
286	6,65E-02	8,48E-02		-1,32E-02		1,12E-01	1,93E-01	2,06E-01		2,00E-01
287	1,04E-01	4,00E-02		6,96E-02		7,59E-02	1,96E-01	1,77E-01		1,87E-01
288	1,52E-01	5,72E-02		1,00E-01		4,92E-02	2,17E-01	1,81E-01		1,99E-01
289	1,60E-01					1,06E-01	2,81E-01			2,81E-01
290	1,70E-01					3,36E-02	2,19E-01			2,19E-01
291	1,66E-01					6,64E-02	2,48E-01			2,48E-01
292	1,84E-01					4,78E-02	2,47E-01			2,47E-01
293	1,99E-01					1,27E-01	3,41E-01			3,41E-01
294	1,98E-01					1,12E-01	3,26E-01			3,26E-01
295	2,14E-01					1,28E-01	3,58E-01			3,58E-01
296	1,82E-01					1,15E-01	3,12E-01			3,12E-01

Anexo 5: Tratamento de Dados para exemplos práticos com 15 pontos amostrais

Tabela 9 - Dados trabalhados referentes aos obtidos ilustrados no anexo 2

n	δ_1	δ_2	δ_3	δ_{1-2}	δ_{1-3}	η_E	η_{AC}	η'_{AC}	η''_{AC}	$\eta_{AC}(\text{final})$
1	-5,10E-02	9,02E-02	-8,37E-02	-1,38E-01	2,02E-02	1,01E-01	4,02E-02	2,92E-02	-8,37E-02	-4,77E-03
2	7,50E-02	1,08E-02	-1,81E-02	6,78E-02	8,06E-02	-3,73E-02	2,75E-02	1,88E-02	-1,81E-02	9,37E-03
3	1,05E-01	-1,05E-01	7,33E-02	2,14E-01	1,96E-02	-1,05E-01	-9,89E-03	-5,99E-02	7,33E-02	1,17E-03
4	2,24E-02	-6,54E-02	2,99E-02	9,14E-02	-2,00E-02	-4,06E-02	-2,85E-02	5,77E-02	2,99E-02	1,97E-02
5	-2,68E-02	5,36E-02	-7,34E-03	-7,68E-02	-3,20E-02	3,39E-02	-3,20E-03	1,39E-01	-7,34E-03	4,28E-02
6	-1,05E-01	1,05E-01	-2,45E-02	-2,06E-01	-9,30E-02	1,20E-01	4,62E-03	7,91E-02	-2,45E-02	1,97E-02
7	-5,10E-02	5,34E-02	-1,19E-01	-1,01E-01	5,50E-02	5,89E-02	-2,38E-03	-6,37E-02	-1,19E-01	-6,15E-02
8	5,84E-02	-3,46E-02	-8,65E-02	9,66E-02	1,32E-01	-6,54E-02	-1,73E-02	-1,69E-02	-8,65E-02	-4,03E-02
9	9,30E-02	-1,21E-01	6,91E-02	2,18E-01	1,14E-02	-7,87E-02	4,03E-03	-1,04E-01	6,91E-02	-1,02E-02
10	4,97E-03	-9,74E-02	1,67E-01	1,06E-01	-1,74E-01	-9,73E-03	-1,50E-02	-7,97E-02	1,67E-01	2,40E-02
11	-4,32E-02	2,86E-02		-6,82E-02		2,78E-02	-2,57E-02	4,63E-02		1,03E-02
12	-1,26E-01	8,22E-02		-2,05E-01		1,05E-01	-3,11E-02	9,99E-02		3,44E-02
13	-1,14E-01					6,77E-02	-5,70E-02			-5,70E-02
14	6,96E-02					-4,36E-02	1,57E-02			1,57E-02
15	8,92E-02					-1,35E-01	-5,59E-02			-5,59E-02